

Pondichéry - avril 2005

Un fabricant de barres chocolatées a fait imprimer, en grande quantité, le même nombre d'images de trois chanteuses M^{lle} Pinson, M^{lle} Rossignol et M^{lle} Décibel. L'image de M^{lle} Pinson porte le n°1, celle de M^{lle} Rossignol le n°2, et celle de M^{lle} Décibel le n°3.

Une machine insère au hasard une image dans chaque barre chocolatée fabriquée.

Il y a autant de barres chocolatées contenant l'image de chaque chanteuse.

Chaque jour, Aline achète une barre chocolatée. Elle voudrait obtenir la collection complète des trois chanteuses et se demande au bout de combien de jours elle l'obtiendra.

Partie 1

Aline a répertorié à l'aide d'un arbre les différentes images qu'il est possible d'obtenir sur trois jours. Cet arbre, partiellement complété, se trouve dans l'**annexe 2**.

Par exemple, la 3^e possibilité 1 1 3 signifie que le premier jour, la barre chocolatée contient l'image de M^{lle} Pinson, le deuxième jour, elle contient celle de M^{lle} Pinson, et le troisième jour celle de M^{lle} Décibel.

1. Parmi ces 27 possibilités, combien en compte-t-on qui permettent d'obtenir une collection complète ?
2. Y a-t-il plus de 25 % des cas dans lesquels on obtient une collection complète ? Justifiez.

Aline veut obtenir la collection complète. Son argent de poche étant limité, elle aimerait estimer le nombre de jours au bout desquels elle peut espérer obtenir la collection complète. Elle va pour cela effectuer des simulations.

Partie 2

Elle effectue une simulation en faisant afficher à sa calculatrice une liste aléatoire de nombres, de telle manière que chacun des nombres 1, 2 et 3 ait la même chance d'apparition.

Voici la liste qu'elle obtient

1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 3 - 1 - 2 - 1 - 3

Selon cette simulation, les cinq premiers jours, Aline découvre dans sa barre chocolatée l'image de M^{lle} Pinson, le 6^e jour, celle de M^{lle} Décibel, le 7^e jour celle de M^{lle} Pinson, le 8^e jour celle de M^{lle} Rossignol, le 9^e jour celle de M^{lle} Pinson, et le 10^e celle de M^{lle} Décibel.

Aline est donc en possession de la collection complète au 8^e jour.

Imaginez, sur le modèle précédent, une liste de 9 nombres conduisant à la collection complète obtenue au 5^e jour.

Partie 3

Pour se faire une idée plus précise, Aline effectue 1 000 simulations à l'aide de sa calculatrice. Les résultats obtenus figurent dans le tableau suivant :

nombre de jours nécessaires à l'obtention de la collection complète	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Effectifs	227	203	179	126	99	56	40	25	18	12	4	3	3	2	1	2

Cela signifie par exemple que parmi les 1 000 simulations, 203 sont des situations pour lesquelles la collection complète des images est obtenue au 4^e jour.

1. Déterminez la médiane, le premier et le troisième quartile de cette série statistique.
2. Aline formule deux remarques en observant ces résultats simulés.

Remarque 1 :

Dans au moins 50% des situations simulées la collection complète est obtenue au plus tard lejour.

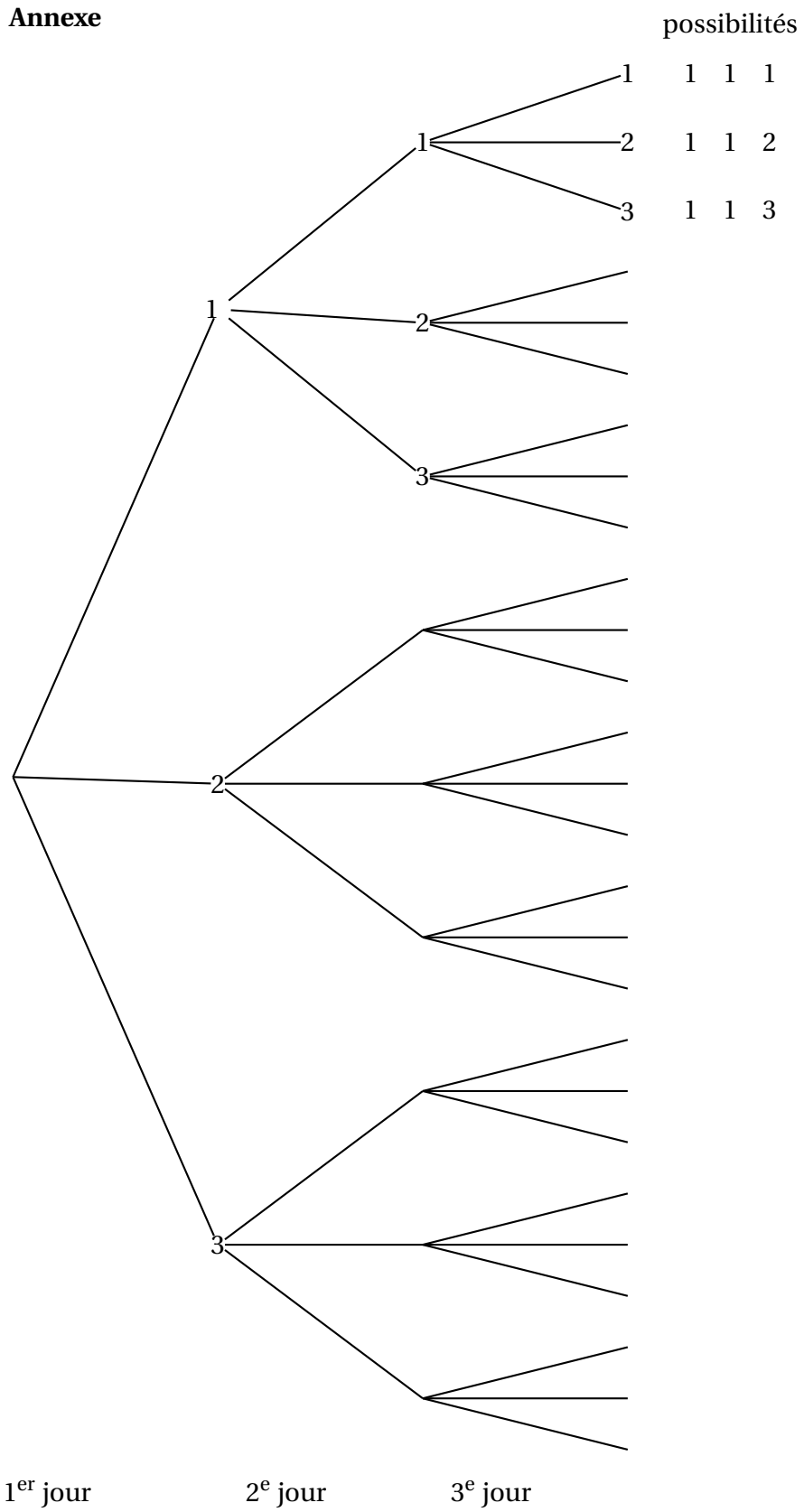
Remarque 2 :

Dans% des situations simulées, la collection complète des images est obtenue au plus tard le 7^e jour.

Recopiez ces remarques sur votre copie et complétez-les.

3. Aline affirme : « Au bout de 18 jours, je suis sûre d'obtenir la collection complète ». Que pensez-vous de cette affirmation ?

Annexe



1^{er} jour

2^e jour

3^e jour