

1ère L2 Devoir de contrôle n°4

Mardi 20 Mai 2003

En décembre 2002, Jean possède sur son compte bancaire la somme de 5 000 €.

Partie A

A partir de janvier 2003, chaque début de mois, Jean reçoit sur ce compte 1 800 €.

On note u_0 la somme, en euros, en décembre 2002 ; ainsi $u_0 = 5000$.

On appelle u_n la somme disponible, en euros, sur ce compte n mois après décembre 2002.

- 1) Calculer u_1 , la somme disponible en janvier 2003 et u_2 , la somme disponible en février 2003.
- 2) Préciser la nature de la suite (u_n) , ainsi que sa raison.
- 3) On veut calculer les montants successifs de ce compte à l'aide d'un tableur

	A	B	C
1	rang du mois : n	u_n	
2	0	5000	
3	1		
4	2		
5	3		
6	4		

Quelle formule écrire en B3 pour obtenir, en la "recopiant vers le bas", les termes de la suite (u_n) dans la colonne B ?

- 4) Exprimer (u_n) en fonction de n .
- 5) Calculer la somme disponible en décembre 2004.

Partie B

On suppose maintenant que chaque mois, Jean dépense 60 % de la somme disponible sur son compte.

A chaque début de mois, il lui reste donc 40 % de la somme disponible en début du mois précédent, auxquels on ajoute la somme habituelle de 1 800 €.

On note v_0 la somme, en euros, en début de décembre 2002 ; ainsi $v_0 = 5000$.

On appelle v_n la somme disponible, en euros, sur ce compte, en début de mois, n mois après décembre 2002.

- 1) Calculer v_1 , v_2 et v_3 .
- 2) Expliquer pourquoi, pour tout entier n , on a la formule: $v_{n+1} = 0,4 v_n + 1800$.
- 3) La suite (v_n) est-elle géométrique ? Justifier votre réponse.
- 4) Pour calculer la somme disponible en début de décembre 2004, on cherche à déterminer v_n en fonction de n . Pour cela, on introduit une nouvelle suite (w_n) , définie pour tout n , par $w_n = v_n - 3000$.

Les premiers termes de la suite (w_n) ont été calculés à l'aide d'un tableur :

	A	B	C	D
1	rang du mois : n	u_n	v_n	w_n
2	0	5000	5000	2000
3	1			800
4	2			320
5	3			128
6	4			51,2
7	5			

a) Quelles formules écrire en C3 et en D2 pour obtenir, en les "recopiant vers le bas", les termes des suites (v_n) et (w_n) ?

b) On admet que (w_n) est une suite géométrique de raison 0,4. Exprimer w_n en fonction de n .

c) En déduire que $v_n = 2000 \times 0,4^n + 3000$.

d) Calculer la somme, arrondie à 10^{-2} près, disponible en début de décembre 2004.