

❧ **Baccalauréat Mathématiques-informatique** ❧
Antilles–Guyane septembre 2004

EXERCICE 1

8 points

Étude d'une loi du marché

Dans cet exercice on désire étudier une loi de marché relative à une revue intitulée « MOTS » en fonction du prix de l'abonnement annuel.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 200]$ par

$$f(p) = -50p + 12\,500.$$

On admet que cette fonction donne le nombre d'abonnés en fonction du prix p en euros, de l'abonnement annuel à cette revue « MOTS ».

Partie A - Nombre d'abonnés

1. Lorsque l'abonnement est fixé à 50 €, quel est le nombre d'abonnés ?
2. Quelle est l'image de 52 par f ? Que représente cette image ?
3. Justifier que toute augmentation de 2 € du prix de l'abonnement annuel fait diminuer de 100 le nombre d'abonnés à cette revue « MOTS ».
4. Le nombre d'abonnés à la revue « MOTS » est de 5 000, quel est alors le prix de l'abonnement annuel ?
5. En utilisant la fonction f , justifier que pour ce produit « plus un produit est cher, plus la demande diminue ».

Partie B - Étude de la recette

On appelle recette le montant total des abonnements annuels à la revue « MOTS » perçu par l'éditeur de la revue.

1. Le prix de l'abonnement est égal à 50 €. Calculer la recette correspondante.
2. Le prix de l'abonnement est fixé à 40 €. Calculer la recette correspondante.
3. Le nombre d'abonnés est égal à 5 000. Calculer la recette.
4. Le prix de l'abonnement est égal à p euros. Exprimer la recette en fonction de p et $f(p)$.
5. On définit la fonction R sur l'intervalle $[0 ; 200]$ par

$$R(p) = -50p^2 + 12\,500p.$$

Vérifier que $R(p)$ est égal à la recette correspondant à un prix de l'abonnement égal à p euros.

6. Le graphique de la fonction R est donné ci-dessous. En utilisant ce graphique et en laissant apparaître tous les tracés nécessaires, répondre aux questions suivantes :
 - a. Quel est le prix de l'abonnement annuel à cette revue « MOTS » qui rend la recette maximale ? Quel est alors le montant de la recette ?
 - b. Donner l'ensemble des solutions de l'inéquation $R(p) \geq 500\,000$.
7. Calculer le nombre d'abonnés qui correspond à la recette maximale.

Recettes

