

Baccalauréat Nouvelle-Calédonie mars 2006

On injecte dans le sang d'un malade une dose de médicament M. On note c_0 la concentration (en milligrammes par litre noté mg/L) du médicament injecté, $c_0 = 4$. On suppose que ce médicament se répartit instantanément dans le sang et qu'il est ensuite éliminé progressivement.

Le but de l'exercice est d'étudier la concentration du médicament M en fonction du temps.

On note c_n la concentration en mg/L du médicament au bout de n heures (n entier naturel). On rappelle que $c_0 = 4$.

1. On constate qu'une heure après l'injection, la concentration du médicament M dans le sang a diminué de 30 %.
 - a. Montrer que le coefficient multiplicatif, qui permet de calculer la concentration c_1 du médicament M présent dans le sang une heure après l'injection, est égal à 0,7.
 - b. Calculer c_1 .
2. On constate que la concentration du médicament M continue de diminuer de 30 % chaque heure.
 - a. Calculer la concentration c_2 du médicament M deux heures après l'injection, puis les concentrations c_3 et c_4 .
 - b. Déterminer la nature de la suite (c_n) et montrer que $c_n = 4 \times (0,7)^n$.
 - c. Calculer c_{13} (le résultat sera arrondi au centième).
 - d. On estime que le médicament M est totalement éliminé lorsque c_n est inférieur à 0,05. Après combien d'heures peut-on considérer que le médicament est totalement éliminé ?
3. Le tableau ci-dessous, élaboré à l'aide d'un tableur, donne la concentration en mg/L du médicament M en fonction du temps écoulé depuis l'injection. On a complété la colonne A pour avoir le temps écoulé (en heures) depuis l'injection.

	A	B	C	D	E	F
1	n	Concentration c_n (en mg/L)	Dose ajoutée	Concentration K_n (en mg/L)		
2	0	4,00		4		
3	1		1	3,80		
4	2		1	3,66	coefficient	0,7
5	3		1	3,56		
6	4		1	3,49		
7	5		1	3,45	Dose ajoutée	1
8	6		1	3,41		
9	7		1	3,39		
10	8		1	3,37		
11	9		1	3,36		
12	10		1	3,35		
13	11		1			
14	12		1			
15	13		1			
16	14		1			
17	15		1			
18	16		1			
19	17		1			
20	18		1			

- a.** Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B3 de la colonne B avant de la recopier vers le bas pour calculer les concentrations c_1 à c_{18} du médicament M ?
- b.** Compléter alors la colonne B (les résultats seront arrondis au centième).
- 4.** On a constaté que le médicament M entraîne des effets secondaires (migraine, nausées, ...) lorsque sa concentration dépasse 5 mg/L. Son efficacité est insuffisante lorsque sa concentration est inférieure à 3 mg/L. Il importe donc de maintenir la concentration du médicament M entre 3 et 5 mg/L pendant 18 heures.
- Dans ce but, on décide de pratiquer une heure après la première injection, puis toutes les heures, une injection de 1 mg/L du médicament M. On pose $K_0 = c_0 = 4$ et on note K_1, K_2, \dots, K_n les valeurs de la concentration après chaque heure. Ainsi, la cellule D3 donne la concentration K_1 de M après la 1^{re} heure et on peut écrire $K_1 = 0,7K_0 + 1 = 3,80$.
- a.** On veut saisir dans la cellule D4 une formule pour calculer la concentration K_2 de M après la 2^e heure de manière à pouvoir recopier vers le bas et ainsi calculer la concentration K_n après chaque des n heures.
- Indiquer parmi les formules suivantes celles qui effectuent le calcul attendu.
- (1) : =D3*\$F\$4+C4
- (2) : =D3+1*0.7
- (3) : =(D3+1)*\$F\$4
- (4) : =D3*0.7+\$F\$7
- b.** Compléter alors la colonne D (les résultats seront arrondis au centième).
- c.** Devra-t-on stopper les injections pour éviter les effets secondaires pendant les 18 heures de traitement ?
- d.** L'efficacité du traitement sera-t-elle suffisante pendant 18 heures ?