

## Baccalauréat – Pondichéry – Avril 2003

Les parties A et B sont indépendantes.

En décembre 2002, Jean possède sur son compte bancaire la somme de 5000 €.

### Partie A

A partir de janvier 2003, chaque début de mois, Jean reçoit sur ce compte 1800 €.

On note  $u_0$  la somme, en euros, en décembre 2002; ainsi  $u_0 = 5000$ .

On appelle  $u_n$  la somme disponible, en euros, sur ce compte  $n$  mois après décembre 2002.

1. Calculer  $u_1$ , la somme disponible en janvier 2003 et  $u_2$ , la somme disponible en février 2003.

2. Préciser la nature de la suite  $(u_n)$ , ainsi que sa raison.

3. On veut calculer les montants successifs de ce compte à l'aide d'un tableur:

	A	B
1	Rang du mois : $n$	$u_n$
2	0	5000
3	1	
4	2	
5	3	
6	4	

Quelle formule écrire en B3 pour obtenir, en la "recopiant vers le bas", les termes de la suite  $(u_n)$  dans la colonne B?

4. Exprimer  $(u_n)$  en fonction de  $n$ .

5. Calculer la somme disponible en décembre 2004.

### Partie B

On suppose maintenant que chaque mois, Jean dépense 60% de la somme disponible sur son compte.

A chaque début de mois, il lui reste donc 40% de la somme disponible en début du mois précédent, auxquels on ajoute la somme habituelle de 1800 €.

On note  $v_0$  la somme, en euros, en décembre 2002; ainsi  $v_0 = 5000$ .

On appelle  $v_n$  la somme disponible, en euros, sur ce compte  $n$  mois après décembre 2002.

D'après ce qui précède, dans la suite de l'exercice, on admettra que, pour tout  $n$  :

$$v_{n+1} = 0,4 \times v_n + 1800$$

1. Calculer  $v_1$ ,  $v_2$  et  $v_3$ .

2. La suite  $(v_n)$  est-elle géométrique? Justifier votre réponse.

3. Pour calculer la somme disponible en décembre 2004, on cherche à déterminer  $v_n$  en fonction de  $n$ .

Pour cela, on introduit une nouvelle suite  $(w_n)$ , définie pour tout  $n$  par :

$$w_n = v_n - 3000$$

Les premiers termes de la suite  $(w_n)$  ont été calculés à l'aide d'un tableur:

	A	B	C	D
1	Rang du mois : $n$	$u_n$	$v_n$	$w_n$
2	0	5000	5000	2000
3	1			800
4	2			320
5	3			128
6	4			51,2

a. Quelles formules écrire en C3 et en D2 pour obtenir, en la "recopiant vers le bas", les termes des suites  $(v_n)$  et  $(w_n)$  ?

b. On admet que  $(w_n)$  est une suite géométrique de raison 0,4. Exprimer  $(w_n)$  en fonction de  $n$ .

c. En déduire que  $v_n = 2000 \times 0,4^n + 3000$

d. Calculer la somme, arrondie à 10<sup>-2</sup> près, disponible en décembre 2004.