Amérique du Nord - juin 2003

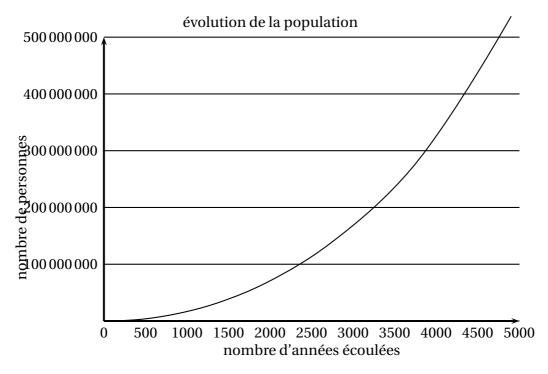
LA CROISSANCE DE LA POPULATION TERRESTRE $^{\mathrm{1}}$

« Avant d'inventer le concept de taux de croissance, il a fallu se familiariser avec la série géométrique \dots ».

Le premier calcul de croissance démographique connu est dû à W. Petty et date de 1680. Petty calcule ici la croissance de la population depuis la sortie de l'Arche de Noë. Il raisonne non pas à l'aide de taux de croissance, mais à partir des périodes de doublement de la population. Voici un tableau et une représentation graphique établis d'après ses résultats.

nombre d'années écoulées	population	période de doublement
depuis la sortie de l'arche de Noë	(nombre de personnes)	de la population en années
0	8	
10	16	10
20	32	10
30	64	10
40	128	10
50	256	10
60	512	10
70	1 024	10
80	2 048	10
90	4 096	10
100	8 192	10
120	16 384	20
140	32 768	20
170	65 536	30
200	13 1072	30
240	262 144	40
290	524 288	50
350	1 048 576	60
420	2 097 152	70
520	4 194 304	100
710	8 388 608	190
1 000	16 777 216	290
1 400	33 554v432	400
1 950	67 108 864	550
2700 Début de l'ère chrétienne	134 217 728	750
3 700	268 435 456	1 000
4 900	536 870 912	1 200

^{1.} Source : « L'invention des concepts en démographie » H. Le Bras. Dossier Hors Série « Les mathématiques sociales », revue « Pour la science », juillet 1999



- 1. Pour chacune des périodes suivantes, préciser si la croissance est ou non exponentielle et justifier. Dans le cas d'une croissance exponentielle, décrire cette croissance en utilisant un taux de croissance.
 - a. De 0 à 100 années après la sortie de l'arche.
 - **b.** De 420 à 3700 années après la sortie de l'arche.
 - c. De 0 à 140 années après la sortie de l'arche.
- **2.** L'auteur propose des valeurs intermédiaires sur la période 3700 4900. Pour obtenir ces valeurs intermédiaires, il a fait une interpolation linéaire.

nombre d'années écoulées	population
depuis la sortie de l'arche de Noë	(nombre de personnes)
3 700	268 435 456
4 000	335 544 320
4 300	402 653 184
4 600	
4 900	536 870 912

- **a.** Vérifier que les valeurs proposées pour la population en 3700, 4000 et 4300 correspondent bien à une croissance linéaire. Préciser les calculs nécessaires.
- **b.** Avec la même hypothèse de croissance linéaire sur cette période, calculer la valeur manqute (population 4600). Détailler le calcul.
- 3. Quel est le taux d'évolution de la population sur la période 3700 4900? Justifier.

nombre d'années écoulées	Population (nombre de personnes)	
depuis la sortie de l'arche de Noë	*valeurs arrondies au nombre entier le plus proche	
3 700	268 435 456	
4 000	319 225 354*	
4 300		
4 600	451 452 825*	
4 900	536 870 912	

- **4.** Si Petty avait raisonné en termes de croissance exponentielle sur la période 3700 4900, il aurait pu calculer le taux d'évolution sur la période 3700 4300 à partir du taux d'évolution sur la période 3700 4900, en calculant un « taux moyen d'évolution ».
 - **a.** Calculer le taux d'évolution sur la demi-période (entre 3700 et 4300 ou entre 4300 et 4900). Justifier. Donner le résultat sous deux formes : la valeur exacte puis un arrondi, sous forme de pourcentage, avec deux chiffres après la virgule.
 - **b.** En déduire la population en 4300. Détailler le calcul. Arrondir le résultat comme les autres valeurs du tableau.
- 5. Associer, à chaque type de croissance, la courbe correspondante du graphique ci-dessous.

