<u>Représentation graphique d'une suite</u> : On procède comme pour les fonctions « ordinaires » : En abscisses, la variable n et en ordonnée, l'image $s(n) = s_n$. La seule différence avec les fonctions de la variable réelle, c'est qu'ici, seul les **points d'abscisses entières** sont marqués.

<u>Sens de variation d'une suite</u> :

Lorsque chaque terme de la suite est plus grand que son précédent, on dit que la suite est croissante. C'est à dire que, si pour tout entier n, on a : $S_{n+1} \geqslant S_n$, on dit alors que la suite (S_n) est croissante.

Lorsque chaque terme de la suite est plus petit que son précédent, on dit que la suite est décroissante. C'est à dire que, si pour tout entier n, on a : $S_{n+1} \leqslant S_n$, on dit alors que la suite (S_n) est décroissante.

Si la suite n'est ni croissante, ni décroissante, on dit qu'elle n'est pas monotone.

<u>Suites arithmétiques</u> :

Lorsque l'on passe de n'importe quel terme d'une suite au terme suivant, en ajoutant (ou en retranchant) toujours le même nombre, on dit que la suite est arithmétique.

C'est à dire que, si pour tout entier n, on a :

$\mathbf{S_{n+1} = S_n + r}$, on dit alors que la suite (S_n) est **arithmétique de raison r**.

Les accroissements d'une suite arithmétique sont donc constants (de valeur , la raison r).

<u>Suites géométriques</u> :

Lorsque l'on passe de n'importe quel terme d'une suite au terme suivant, en multipliant (ou en divisant) toujours par le même nombre non nul, on dit que la suite est géométrique.

C'est à dire que, si pour tout entier n, on a :

$\mathbf{S_{n+1} = S_n \times q}$, on dit alors que la suite (S_n) est **géométrique de raison $\mathbf{q \neq 0}$**.

Les coefficients multiplicateurs d'une suite géométrique sont donc constants (de valeur , la raison q).

Les taux d'accroissements d'une suite géométrique sont donc aussi constants (de valeur $t = q - 1$).

<u>Suites arithmétiques et géométriques - Résumé</u>:

S est une suite et n un entier naturel **quelconque**:

	Suite arithmétique de raison r	Suite géométrique de raison $q \neq 0$
formule de récurrence	$S_{n+1} = S_n + r$	$S_{n+1} = q\, S_n$
caractérisations	$S_{n+1} - S_n = r$ (**constante**)	si $S_0 \neq 0$, $\dfrac{S_{n+1}}{S_n} = q$ (**constante**)
terme de rang n : formule de fonction	1er terme + n fois la raison $S_n = S_0 + n\, r$ $S_n = S_1 + (n-1)\, r$	1er terme × raison exposant n $S_n = S_0\, q^n$ $S_n = S_1\, q^{n-1}$

<u>Remarques</u>:

• Une suite (S_n) dont les variations absolues successives $S_{n+1} - S_n = r$ sont constantes, c'est à dire indépendantes de n, est une suite arithmétique de raison r.

• Une suite (S_n) dont les variations relatives successives $\dfrac{S_{n+1} - S_n}{S_n} = t$ sont constantes , c'est à dire indépendantes de n, est une suite géométrique de raison $q = 1 + t$.

Par exemple, si $t = 5\ \% = 0{,}05$, alors, $q = 1{,}05$.

En effet, si $\dfrac{S_{n+1} - S_n}{S_n} = 0{,}05$, alors : $S_{n+1} - S_n = 0{,}05\, S_n$. Donc : $S_{n+1} = S_n + 0{,}05\, S_n = (1 + 0{,}05)\, S_n$.

Cela donne : $S_{n+1} = 1{,}05\, S_n$. On a donc une suite géométrique de raison $q = 1{,}05$.

Exemples :

La suite des entiers naturels est la suite arithmétique de premier terme 0 et de raison 1.
La suite des entiers naturels pairs est la suite arithmétique de premier terme 0 et de raison 2.
La suite des entiers naturels impairs est la suite arithmétique de premier terme 1 et de raison 2.
La suite constante de terme général $U_n = 2$ est la suite géométrique de premier terme 2 et de raison 1.

Quelques remarques importantes :

Suites arithmétiques :

La suite définie par la formule: $U_n = a\,n + b$ (fonction affine de n) est la suite arithmétique de premier terme $U_0 = b$ et de raison a.

Ceci a pour conséquence que **la représentation graphique d'une suite arithmétique est formée de points alignés**. On a alors une **croissance (ou décroissance) linéaire**.

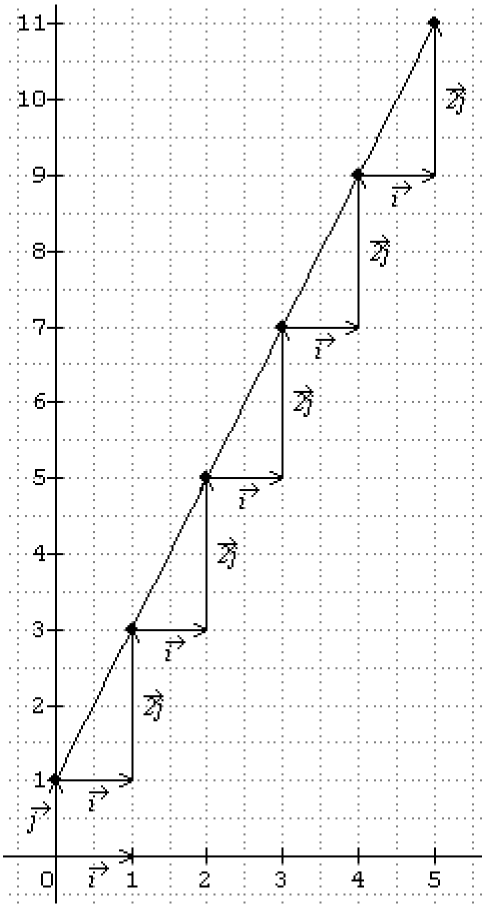
Suites géométriques :

La suite définie par la formule: $U_n = b\,a^n$ est la suite géométrique de premier terme $U_0 = b$ et de raison a. En particulier, la suite des puissances d'un nombre réel a non nul, de terme général $U_n = a^n$ est la suite géométrique de premier terme $U_0 = 1$ et de raison a

Par conséquent, la représentation graphique d'une suite géométrique de raison différente de 1 est formée de points qui ne sont pas alignés (ils sont situés sur une courbe exponentielle).

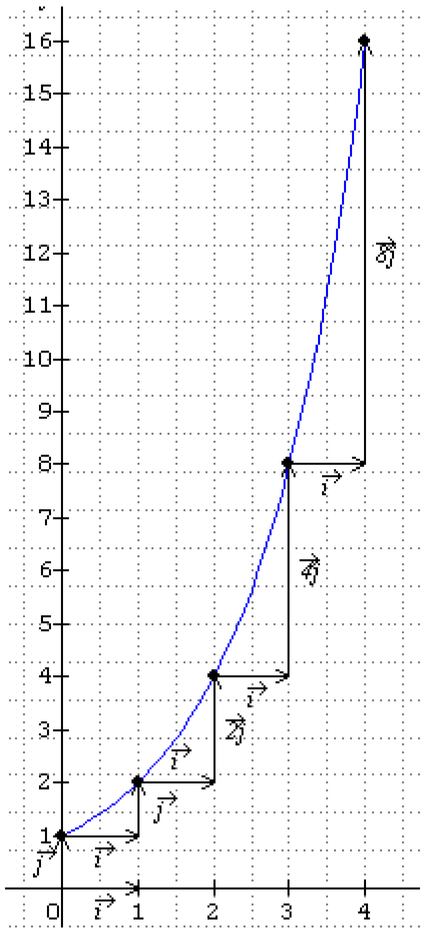
On dit qu'on a alors une **croissance (ou décroissance) exponentielle**.

Illustrations graphiques :



suite arithmétique telle que :
$s(0) = 1$ et $s(n+1) = s(n) + 2$
$s(n) = 2\,n + 1$ (fonction affine)

Croissance linéaire.



suite géométrique telle que :
$s(0) = 1$ et $s(n+1) = s(n) \times 2$
$s(n) = 2^n$ (fonction exponentielle)

Croissance exponentielle.