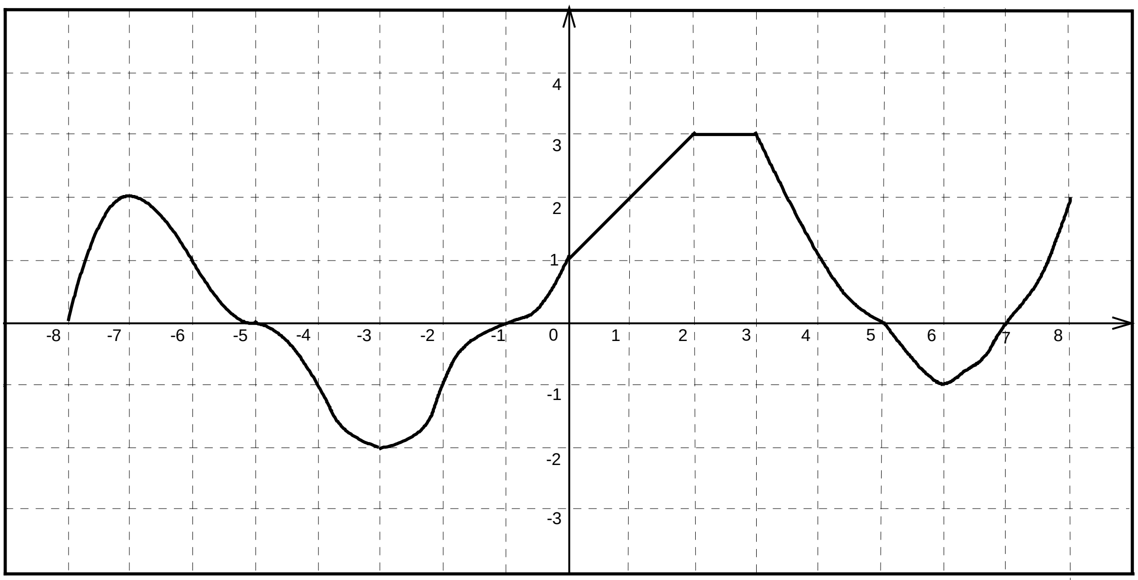
1ère S2   Devoir de contrôle n°1

Mercredi 27 Septembre 2006.

I) Voici la représentation graphique d'une fonction f définie sur l'intervalle I = [– 8 ; 8]:



Sans justifier vos réponses, par simple lecture graphique, compléter les phrases suivantes:

Le maximum de f sur I est ………Il est atteint pour :...

Le minimum de f sur I est ………Il est atteint pour :……………………………

L'image de 1 est ....

Les antécédents de –1 sont ....

La fonction f est strictement croissante sur ....……..

La fonction f est strictement décroissante sur ....……

La fonction f est constante sur ....……

La fonction f est-elle monotone sur I ?..…...... Pourquoi ?.......................................……

………...……

La fonction f est-elle bornée sur I ?..….:..... Pourquoi ?......................................………

………..

f(x) < –1 lorsque ....

f(x) ⩾ 0 lorsque ....……......

Lorsque x∈ [0 ; 7] , on a: f(x)∈ ....

f(x)∈] –1 ; 0] lorsque x∈ ....

Le tableau des variations de la fonction f est:

II) Voici le tableau des variations d'une fonction f:

x	0		3		5		7		10
f(x)	2	↘	0	↗	10	↘	4	↗	7

Ordonner les nombres suivants en justifiant vos réponses:

1) f(1) et f(2)

2) f(8) et f(9)

3) f(1) et f(6)

4) f(4) et f(6)

III) Dans chacun des cas ci-dessous, en précisant son ensemble de définition , donner un exemple de fonction f pouvant convenir :

1) f est paire.

2) f est impaire.

3) f est périodique de période 2π.

4) f est bornée.

5) f est strictement décroissante sur] 0 ; + ∞ [et minorée.

6) f n'est pas monotone.

7) f est une fonction polynôme de degré 3.

8) f est une fonction trinôme du second degré ayant deux racines : 0 ; 1.

IV) Traduire par une expression mathématique, les deux phrases suivantes :

1) « X est l'opposé de l'inverse du carré de a ».

2) « Y est l'inverse du cube de la somme de a et de b ».

V) Ci-dessous est tracé le tableau des variations d'une fonction a définie sur [−2 ; 2].

x	−2		−1		0		1		2
Variations de a	−1	↗	0	↗	4	↘	0	↗	3

On définit les fonctions b , c , d , e et f par les formules :

$b(x) = a(x) - 2$ $\quad$ $c(x) = a(x-2)$ $\quad$ $d(x) = 2 - a(x)$

$e(x) = [a(x)]^2$ $\quad$ $f(x) = a(x^2)$

Pour chacune des fonction b , c , d , e et f , déterminer son ensemble de définition et son sens de variation.

La rédaction des raisonnements aboutissant à la conclusion n'est pas exigé. En revanche, des tableaux de variation adaptés peuvent être efficacement utilisés comme support aux raisonnements, comme cela avait été réalisé en classe.

VI) Soit f la fonction définie sur ℝ par : $f(x) = 2 (1 - x)^2 - 3$. On décompose f à l'aide de quatre fonctions a, b, c et d telles que $f = d \circ c \circ b \circ a$ de la façon suivante :

$$x \overset{a}{\mapsto} 1-x \overset{b}{\mapsto} (1-x)^2 \overset{c}{\mapsto} 2(1-x)^2 \overset{d}{\mapsto} 2(1-x)^2-3 .$$

1) Donner les formules de calcul de a(x), b(x), c(x) et d(x).
2) Indiquer le sens de variation des fonctions a, b, c et d .
3) En déduire le sens de variation de f .
4) Montrer que f possède un minimum. Quel est-il ? Pour quelle valeur de x est-il atteint ?

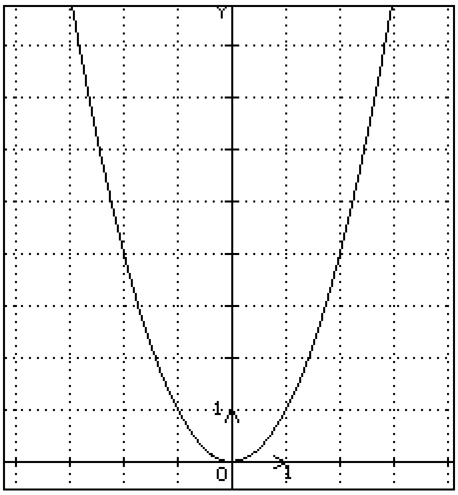
VII) f et g sont les fonctions définie sur ℝ par $f(x) = x^2 - 6x + 4$ et $g(x) = x^2$.

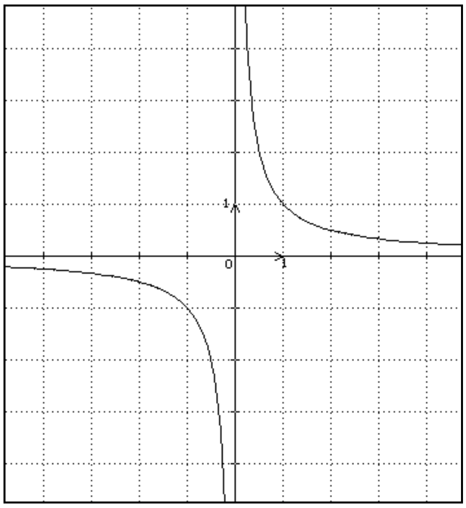
Dans un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on appelle C_f la représentation graphique de f et C_g la représentation graphique de g.

1) Écrire f(x) sous forme canonique. En déduire l'expression de f(x) à l'aide de la fonction g.

2) Démontrer que C_f est l'image de C_g par une translation de vecteur $\vec{V}$ que l'on précisera.

VIII) Les graphiques de la fonction carré $f : x \mapsto x^2$ et de la fonction inverse $g : x \mapsto \frac{1}{x}$ sont donnés ci-dessous:





Résoudre dans ℝ les inéquations suivantes:

Inéquation A : $1 < x^2 \leqslant 5$ Inéquation B : $-\frac{1}{2} < \frac{1}{x} \leqslant 2$

en utilisant les **deux procédés** suivants:

1) Par lecture graphique en marquant en couleur les parties utiles concernées.

2) Par un raisonnement utilisant les sens de variation de ces fonctions.

IX) Résoudre dans ℝ les inéquations suivantes:

1) $\sqrt{x} > -3$ 2) $\sqrt{-x} < 3$

Pour chaque inéquation, l'ensemble des solutions sera donné, si possible, sous la forme d'un intervalle ou d'une réunion d'intervalles.