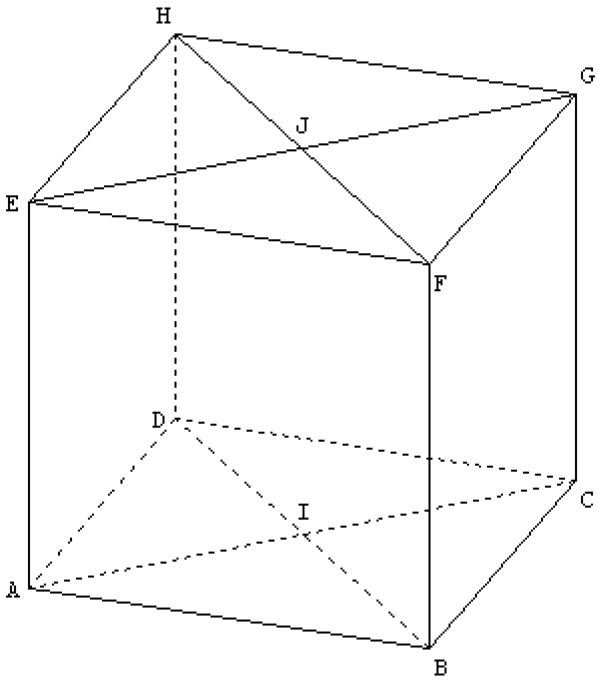
$1^{ère}$S2 Devoir de contrôle n°3

Mercredi 15 Novembre 2006.

I) $ABCDEFGH$ est un cube. (AC) et (BD) sont sécantes en I. (EG) et (FH) sont sécantes en J.
Dans chacun des tableaux ci-dessous cocher les cases où l'affirmation est exacte.
Les réponses multiples contradictoires seront pénalisées.



points	coplanaires	non coplanaires
A, B et H		
A, I, J et G		
A, F, D et G		
A, B, J et H		

vecteurs	colinéaires	non colinéaires
$\overrightarrow{EJ}$ et $\overrightarrow{CA}$		
$\overrightarrow{JH}$ et $\overrightarrow{IC}$		

droites	sécantes	parallèles	orthogonales	coplanaires	non coplanaires
(AG) et (BH)					
(FC) et (BG)					
(BJ) et (AD)					
(AD) et (CG)					
(BJ) et (IH)					

plans	égaux	parallèles	sécants	orthogonaux
(AEI) et (DHJ)				
(AEJ) et (CGI)				
(AFH) et (GDI)				
(AEB) et (CGJ)				

droite et plan	droite contenue dans le plan	droite parallèle au plan	droite et plans sécants	droite orthogonale au plan
(AG) et (CFH)				
(EB) et (BGJ)				
(CG) et (EFI)				
(FI) et (EDG)				

vecteurs	coplanaires	non coplanaires
$\overrightarrow{EH}$ et $\overrightarrow{DI}$		
$\overrightarrow{AF}$, $\overrightarrow{DH}$ et $\overrightarrow{BC}$		
$\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{EG}$ et $\overrightarrow{DI}$		
$\overrightarrow{BH}$, $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{GB}$		

II) $(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j}\ ;\vec{k})$ est un repère orthonormal de l'espace.
On donne les points :

A (1 ; –2 ; 1) B (2 ; –4 ; 4) C (2 ;–3 ; 3)
D (4 ; –7 ; 11) E (0 ; –2 ; 0).

On a les vecteurs : $\vec{u}=\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k}$ et $\vec{v}=\vec{j}-\vec{k}$.

P est le plan passant par A et de vecteurs directeurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

Q est le plan médiateur de [AB].

d1 est la droite passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$.

d2 est la droite passant par B et de vecteur directeur $\vec{v}$.

d3 est la droite passant par O et de vecteur directeur $\vec{u}$.

d4 est l'axe des ordonnées.

S est la sphère de centre O et de rayon 6.

Les phrases ci-dessous sont-elles vraies ou fausses ? **Justifiez votre réponse**.

1) $\overrightarrow{AB}=\vec{u}-\vec{v}$.
2) $\|\vec{u}+\vec{v}\| = \sqrt{6}+\sqrt{2}$.

3) A, B et D sont alignés.

4) Le point C appartient au plan P.

5) Le point C appartient au plan Q.

6) Les droites d1 et d2 sont sécantes en C.

7) P = (ABC).

8) Le point A appartient à la sphère S.

9) La droite d3 est parallèle au plan P.

10) La droite d4 coupe le plan P au point E.

III) $(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j}\ ;\vec{k})$ est un repère orthonormal de l'espace.
S est la sphère d'équation $x^2 + y^2 + z^2 = 25$. P est le plan d'équation z = 3.
Le cercle C de centre A et de rayon r est l'intersection de S et de P.
Expliquer pourquoi on a : A(0, 0 , 3) et r = 4.

IV) ABCDEFGH est un cube. Il est représenté en perspective cavalière à l'annexe 4.
On prend : I∈[AB], J∈[AE] et K∈[EH].
Construire sur ce dessin la section plane du cube par le plan (IJK).
La rédaction des raisonnements n'est pas demandée, mais montrer sur le dessin que cette construction permet d'obtenir un hexagone IJKLMN que vous tracerez en rouge.
La construction devra aussi mettre en évidence les points O, P, Q, R, S et T, intersections (extérieures au cube) du plan (IJK) avec les droites respectives (EF), (DH), (FG), (DC), (FB) et (AD).

V) Le dessin de l'annexe 1 représente (en perspective cavalière) le tétraèdre régulier ABCD, c'est à dire tel que : AB = AC = AD = BC = BD = CD = a où a est un réel strictement positif.

I est le milieu de [AB]. J est le milieu de [AC]. K est le milieu de [AD]. L est le milieu de [BC].
M est le milieu de [CD].

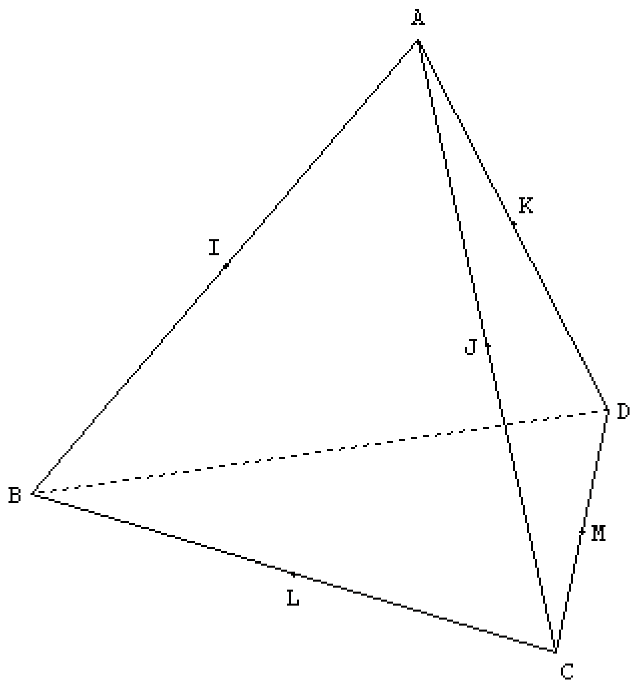
1) Démontrer que la droite (AB) est orthogonale au plan (ICD).
En déduire que les droites (AB) et (CD) sont orthogonales.
2) Prouver que les plans (BCD) et (IJK) sont parallèles.
3) Démontrer que la section plane du tétraèdre ABCD par le plan (IKL) est le quadrilatère IKML.
4) Montrer que IKML est un losange.
5) Exprimer IC, ID, KC et KB en fonction de a. En déduire que : IM = LK = $a\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.
Conclure que IKML est un carré.

VI) ABCD est un tétraèdre. E $\in$ [AB]. F$\in$ [AC]. G$\in$ [AD].

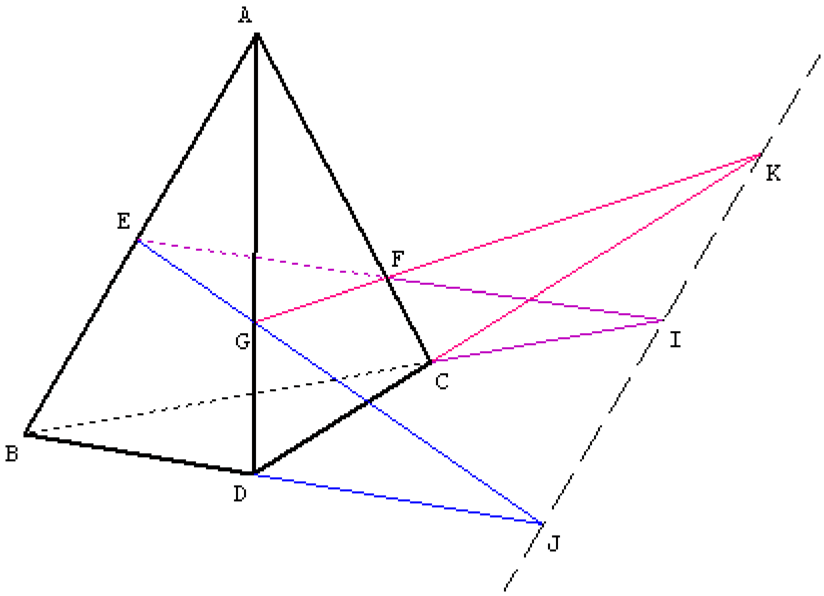
1) On suppose ici que la configuration est celle représentée en annexe 2, c'est à dire que :
(BC) et (EF) soient sécantes en I.
(BD) et (EG) soient sécantes en J.
(DC) et (GF) sont sécantes en K.
Prouver que I, J et K sont alignés.

2) On suppose ici que la configuration est celle représentée en annexe 3, c'est à dire que :
(BC) et (EF) soient sécantes en I.
(BD) et (EG) soient sécantes en J.
(DC) et (GF) sont parallèles.
Prouver que (I J) est parallèle aux droites (DC) et (GF).

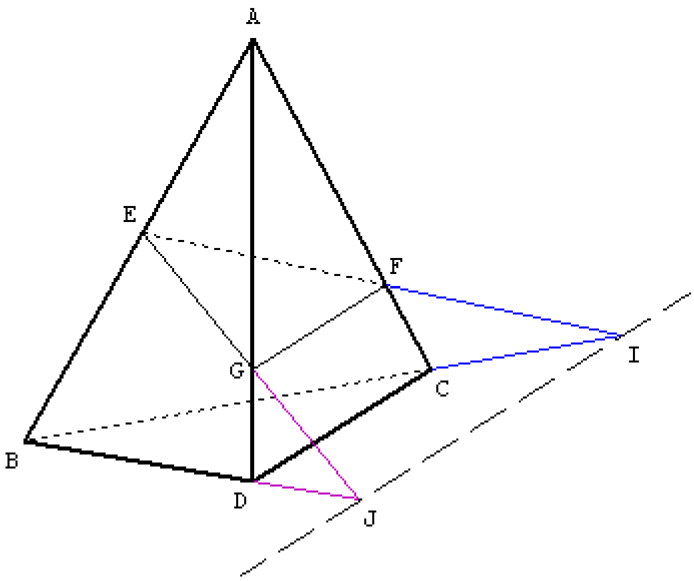
<u>Annexe 1</u> :



Annexe 2 :



Annexe 3 :



<u>Annexe 4</u> :