$1^{ère}$S2 Devoir de contrôle n°4

Mercredi 20 Décembre 2006.

I) ABC est un triangle. D est le milieu de [AB]. E est le milieu de [BC]. F est le milieu de [DE].
G est le point d'intersection de [CD] et [AE].

1) Écrire D comme barycentre des points A et B.
2) Écrire E comme barycentre des points A, B et C.
3) Écrire F comme barycentre des points A, B et C.
4) Écrire G comme barycentre des points A, B et C.

II) ABC est le triangle représenté à l'annexe 1. D est le barycentre de { (B ; 1) ; (C ; 2) }.
E est défini par l'égalité vectorielle : $\overrightarrow{CE}=\frac{5}{3}\overrightarrow{CA}$. F est le milieu de [ED].

1) Compléter la figure de l'annexe 1 (à joindre à la copie) en plaçant les points D, E et F.
2) Prouver que les points A, B et F sont alignés.

III) ABC est un triangle. x, y et z sont trois réels tels que : $x + y + z \neq 0$, $x + y \neq 0$, $y + z \neq 0$ et $z + x \neq 0$.

C' est le barycentre de { (A ; x) ; (B ; y) }.
A' est le barycentre de { (B ; y) ; (C ; z) }.
B' est le barycentre de { (C ; z) ; (A ; x) }.
G est le barycentre de { (A ; x) ; (B ; y) ; (C ; z) }.

Démontrer que les droites (AA') , (BB') et (CC') sont concourantes au point G.

IV) ABCD est le tétraèdre représenté à l'annexe 2.
E est le milieu de [BC]. F est défini par l'égalité vectorielle : $\overrightarrow{AF}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$.
G est le centre de gravité du triangle BCD. H est le milieu de [AG].
I est défini par l'égalité vectorielle : $\overrightarrow{DI}=\frac{6}{5}\overrightarrow{DH}$

1) Compléter le dessin de l'annexe 2 (à joindre à la copie) en plaçant les points E, F, G et H.
2) Démontrer que E, F et H sont alignés.
3) Démontrer que le point I appartient au plan (ABC).

V) ABCD est un parallélogramme.
1) Montrer que D est le barycentre de { (A , 1) ; (B , –1) ; (C , 1) }.

2) Déterminer l'ensemble $\mathcal{E}_1$ de tous les point M de l'espace tels que : $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$ et $\overrightarrow{AB}$ soient deux vecteurs colinéaires.

3) Déterminer l'ensemble $\mathcal{E}_2$ de tous les point M du plan (ABC) tels que : $\| \overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC} \|$ = AD.

4) Déterminer l'ensemble $\mathcal{E}_3$ de tous les point M de l'espace tels que : $\| \overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC} \|$ = AD.

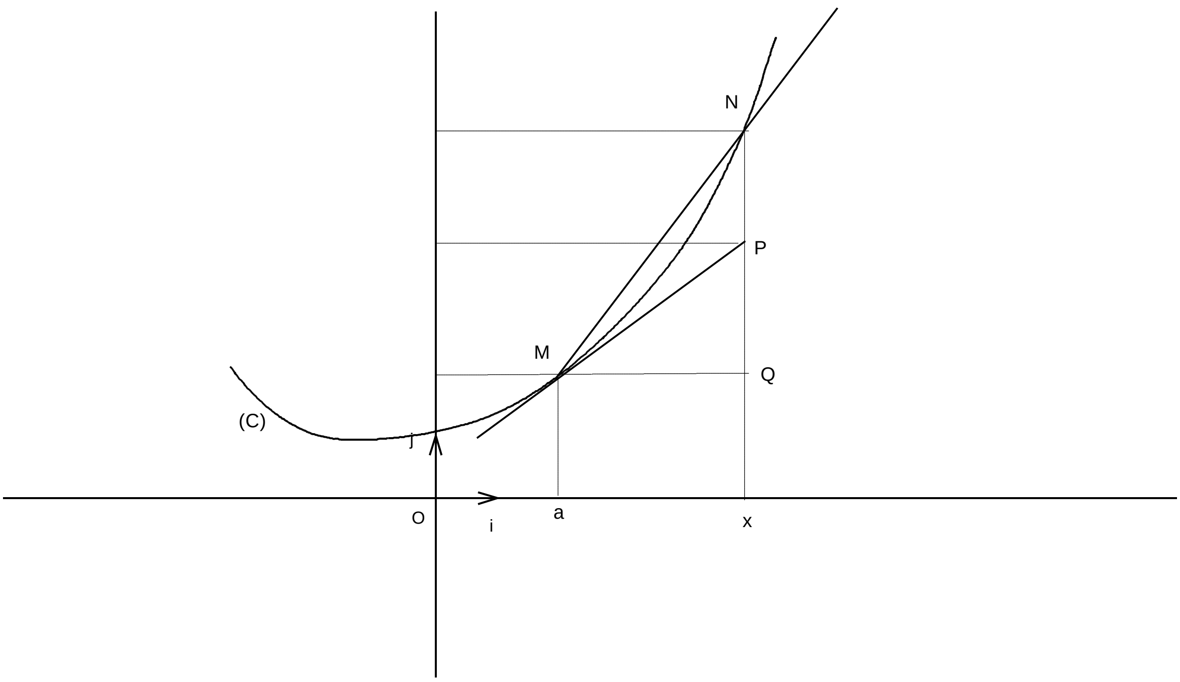
5) Déterminer l'ensemble $\mathcal{E}_4$ de tous les point M du plan (ABC) tels que : $\| \overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC} \|$ = AM.

6) Déterminer l'ensemble $\mathcal{E}_5$ de tous les point M de l'espace tels que : $\| \overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC} \|$ = AM.

VI) Une fonction f est représentée graphiquement par une courbe (C). A est le point de (C) d'abscisse 0. (C) possède une tangente (T) au point A. L'équation de cette tangente (T) est: y = 2x + 1.

1) Dire pourquoi f est dérivable en 0. Indiquer la valeur de f '(0).
2) Donner, en fonction de x, une approximation affine de f(x), lorsque x est proche de zéro.

VII) Dans le repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ci-dessous, voici le graphique (C) d'une fonction f dérivable partout où elle est définie.



1) M est le point de (C) d'abscisse a. N est le point de (C) d'abscisse x.
   a) Donner les coordonnées de M et N.
   b) Quel est le coefficient directeur de (MN) ?
2) P est le point d'abscisse x situé sur la droite (MP) tangente à (C) en M.
   a) Quel est le coefficient directeur de (MP)?
   b) Quelle est l'ordonnée de P?
3) Expliquer ce qu'il se passe lorsque x tend vers a.

VIII) Pour chaque fonction f ci-dessous, déterminer sa fonction dérivée f '.
• En donnant l'ensemble de définition de f '.
• En donnant le détail de vos calculs et les formules utilisées, lorsque la réponse n'est pas évidente.

$f_1(x) = 3x^4 - 2x^3 + x^2 - 4x - 1$

$f_2(x) = 2\sqrt{x}$

$f_3(x) = (5x + 1)^4$

$f_4(x) = (2x^3 - x^2 + 3x - 1)(x^2 - 2x + 3)$

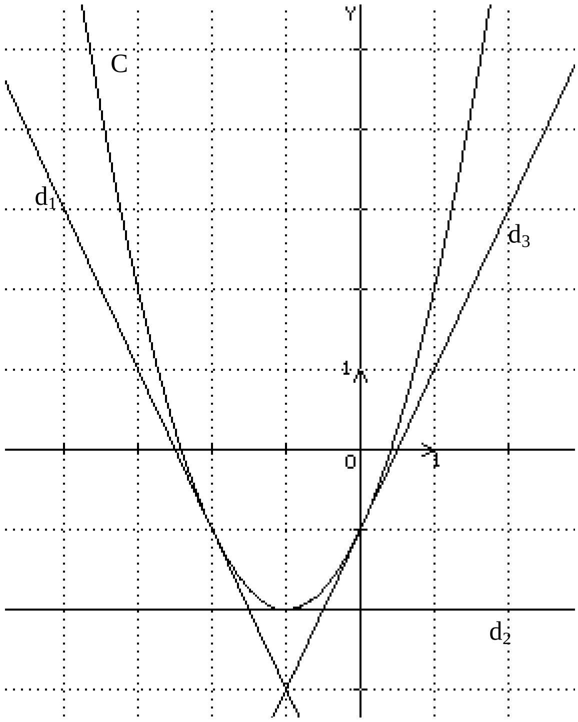
$f_5(x) = -\dfrac{1}{x}$

$f_6(x) = \dfrac{1}{1 - x^2}$

$f_7(x) = \dfrac{3x - 1}{1 - 2x}$

$f_8(x) = \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right)$

IX)



C est la représentation graphique d'une fonction f dérivable sur ℝ.
d_1 , d_2 et d_3 sont les droites tangentes à C aux points A_1, A_2 et A_3 d'abscisses –2, –1 et 0.

1) Lire sur le graphique et compléter:

f(–2) = …… f(–1) = …… f(0) = …….

f '(–2) = …… f '(–1) = …… f '(0) = ……..

2) Donner les équations des droites d_1 , d_2 et d_3 .
Les justifications ne sont pas demandées.

équation de d_1 :

équation de d_2 :

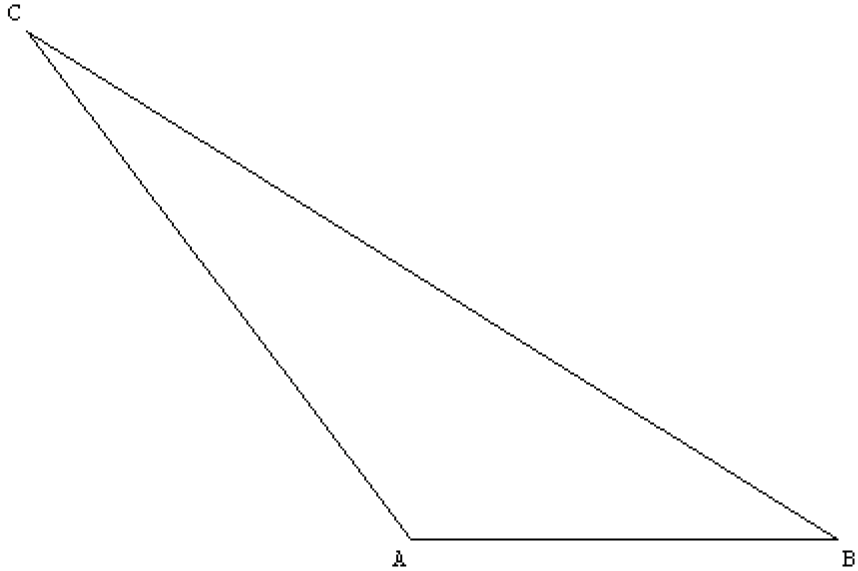
équation de d_3 :

X) Dire si les affirmations ci-dessous sont vraies (**V**) ou fausses (**F**).
Ne pas répondre au hasard, car deux réponses fausses annulent une réponse juste.
Les réponses seront données en complétant le tableau ci-dessous.

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**

1 • Si la courbe représentative d'une fonction f possède une tangente au point A de coordonnées (a , f(a)), alors f est dérivable en x = a.
2 • Si f est une fonction dérivable en x = a, alors sa courbe représentative possède une tangente de coefficient directeur f '(a) au point A de coordonnées (a , f(a)).
3 • La fonction $x \mapsto \sqrt{x}$ est dérivable sur [0 ; + ∞ [.
4 • La fonction $x \mapsto |x|$ est dérivable sur $\mathbb{R}^*$.
5 • Les fonctions polynômes sont dérivables sur ℝ.
6 • Si f(x) = x $\sqrt{2}$, alors f '(x) = $\dfrac{x}{2\sqrt{2}}$.
7 • Deux fonctions différentes peuvent avoir la même fonction dérivée.
8 • La fonction dérivée d'une somme de deux fonctions dérivables est la somme des fonctions dérivées de ces deux fonctions.
9 • La fonction dérivée d'un produit de deux fonctions dérivables est le produit des fonctions dérivées de ces deux fonctions.
10 • Si, pour tout h ≠ 0, on a : $\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}=4+3\text{h}+h^2$, alors est dérivable en x = 1 et f '(1) = 4.
11 • Si f est dérivable en x = 1 avec f(1) = 2 et f '(1) = 3 , alors pour x très proche de 1, on a : f(x) ≈ 3x – 1.
12 • La fonction dérivée de la fonction $x \mapsto \sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$ est la fonction $x \mapsto -\sin(x)$.
13 • Dans le repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$, la droite d de vecteur directeur $2\vec{i}+3\vec{j}$ a pour coefficient directeur : $\dfrac{2}{3}$.

Annexe 1



Annexe 2