

# 1<sup>ère</sup> S2 Devoir de contrôle n°7

Mercredi 21 Mars 2007.

**I) Cocher les intersections des lignes et des colonnes correspondant à une égalité vraie pour tout réel x.**

	$\cos(-x)$	$\sin(-x)$	$\cos(\pi-x)$	$\sin(\pi-x)$	$\cos(\pi+x)$	$\sin(\pi+x)$	$\cos(\frac{\pi}{2}-x)$	$\sin(\frac{\pi}{2}-x)$	$\cos(\frac{\pi}{2}+x)$	$\sin(\frac{\pi}{2}+x)$
cos x										
sin x										
-cos x										
-sin x										

- II)**
- 1) En utilisant l'égalité:  $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6}$ , calculer les valeurs exactes de  $\cos \frac{\pi}{12}$  et  $\sin \frac{\pi}{12}$ .
  - 2) En utilisant l'égalité:  $\frac{\pi}{6} = 2 \times \frac{\pi}{12}$ , calculer les valeurs exactes de  $\cos \frac{\pi}{12}$  et  $\sin \frac{\pi}{12}$ .
  - 3) Bien que les écritures obtenues pour  $\cos \frac{\pi}{12}$  soient différentes au 1) et au 2), montrer que c'est bien le même nombre. *La vérification analogue pour  $\sin \frac{\pi}{12}$  n'est pas demandée.*

**III) Le plan est muni d'un repère orthonormal direct  $(O; \vec{i}; \vec{j})$**

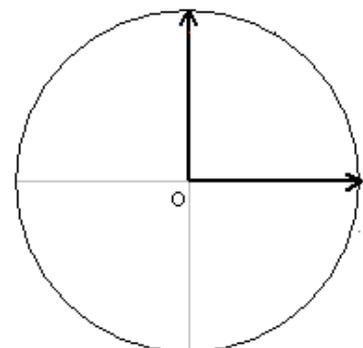
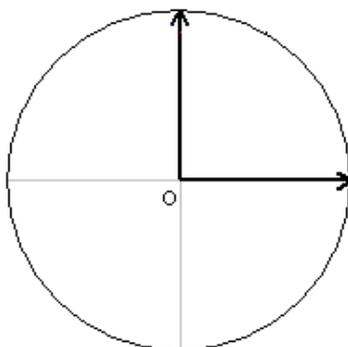
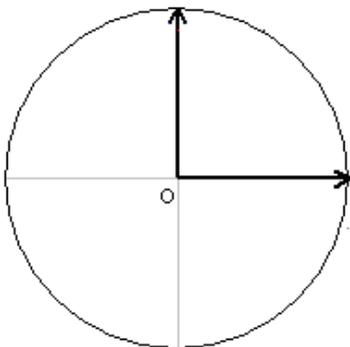
- 1) A a pour coordonnées cartésiennes  $(1; \sqrt{3})$ . Quelles sont ses coordonnées polaires ?
- 2) B a pour coordonnées cartésiennes  $(\sin \frac{\pi}{5}; \cos \frac{\pi}{5})$ . Quelles sont ses coordonnées polaires ?
- 2) C a pour coordonnées polaires  $(\sqrt{3}; \frac{\pi}{6})$ . Quelles sont ses coordonnées cartésiennes ?

**IV) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :**

- 1)  $\sin x = -1$
- 2)  $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- 3)  $\sin^2 x = \frac{1}{2}$

**V) En utilisant les cercles trigonométriques ci-dessous pour repérer les solutions (marquer en rouge les arcs associés), résoudre dans  $] -\pi ; \pi ]$  les inéquations suivantes :**

- 1)  $\cos x > \frac{1}{2}$
- 2)  $\sin x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$
- 3)  $\sin x > -\frac{1}{2}$ .



**VI)** On sait que:  $\sin x = \frac{4}{5}$ .

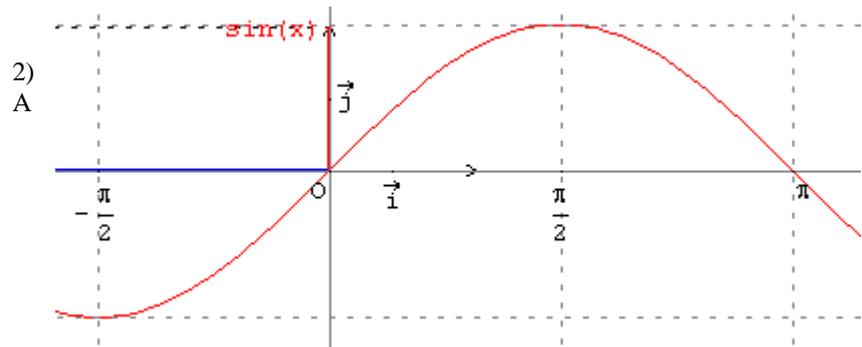
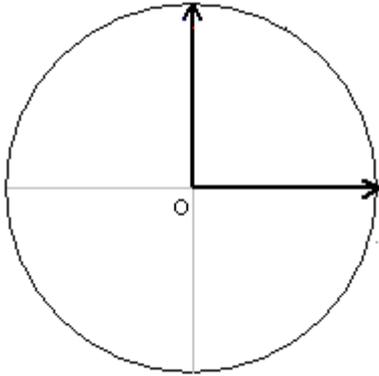
Calculer la valeur **exacte** de  $\cos x$  dans chacun des deux cas suivants :

1)  $x \in ]0 ; \frac{\pi}{2} [$ .

2)  $x \in ]\frac{\pi}{2} ; \pi [$ .

**VII)** Soit  $x \in \left[ \frac{\pi}{2} ; \pi \right]$  tel que  $\sin x = \frac{1}{4}$ .

1) Indiquer sur le cercle trigonométrique et sur la sinusoïde ci-dessous où est le point associé à  $x$ .  
On notera A le point du cercle trigonométrique et B le point de la sinusoïde.



l'aide de la calculatrice, déterminer  $x$  à  $10^{-2}$  radians près.

**VIII)** Le plan est muni d'un repère orthonormal direct  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

$\mathcal{C}$  est le cercle de centre O et de rayon 5.

A est le point de coordonnées cartésiennes  $(5; 0)$ .

B est le point de coordonnées cartésiennes  $(3; 4)$  et d'angle polaire  $(\vec{i}, \vec{OB}) = \alpha$ .

$C \in \mathcal{C}$  tel que  $(\vec{OB}, \vec{OC}) = \beta$  où  $\cos \beta = \frac{4\sqrt{3}+3}{10}$  et  $\sin \beta = \frac{3\sqrt{3}-4}{10}$ .

**Dans cet exercice, on ne doit pas utiliser d'approximations, mais conserver les valeurs exactes données par le texte.**

- 1) Vérifier que  $A \in \mathcal{C}$  et  $B \in \mathcal{C}$ . Placer les points A et B sur la figure.
- 2) Quelles sont les coordonnées polaires des point A, B et C ?
- 3) Expliquer pourquoi on a :  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$  et  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ .
- 4) En utilisant les formules d'addition, calculer  $\cos(\alpha + \beta)$  et  $\sin(\alpha + \beta)$ .
- 5) En déduire la valeur exacte de  $\alpha + \beta$ . Placer le point C sur la figure.
- 6) Calculer les coordonnées cartésiennes du point C.