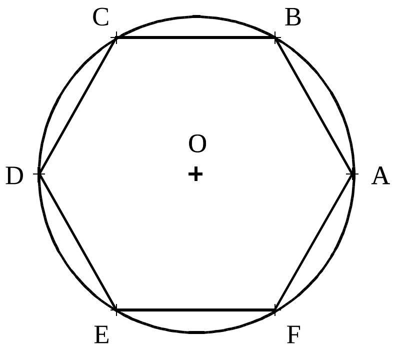
$1^{ère}$S2 Devoir de contrôle n°9

Mercredi 9 Mai 2007.

I)



ABCDEF est un hexagone régulier inscrit dans le cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de rayon 2.

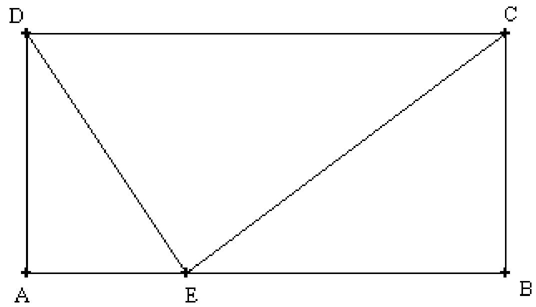
Dans le tableau ci-dessous, pour chaque produit scalaire, cocher la bonne réponse.

Aucune justification n'est demandée.

Les mauvaises réponses ne sont pas pénalisées à condition qu'elles ne soient pas multiples sur la même ligne.

	0	2	–2	4	–4	6	–6	8	–8	9	–9	12	16	$2\sqrt{3}$
$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OA}$														
$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$														
$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}$														
$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OD}$														
$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BF}$														
$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CF}$														
$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}$														
$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AE}$														

II)



ABCD est un rectangle tel que : AB = 3 et AD = $\frac{3}{2}$.

E est défini par : $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

1) a) En précisant votre raisonnement, calculer les produits scalaires:

$$\overrightarrow{EA}\cdot\overrightarrow{EB} \quad , \quad \overrightarrow{EA}\cdot\overrightarrow{BC} \quad , \quad \overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{EB} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC} \; .$$

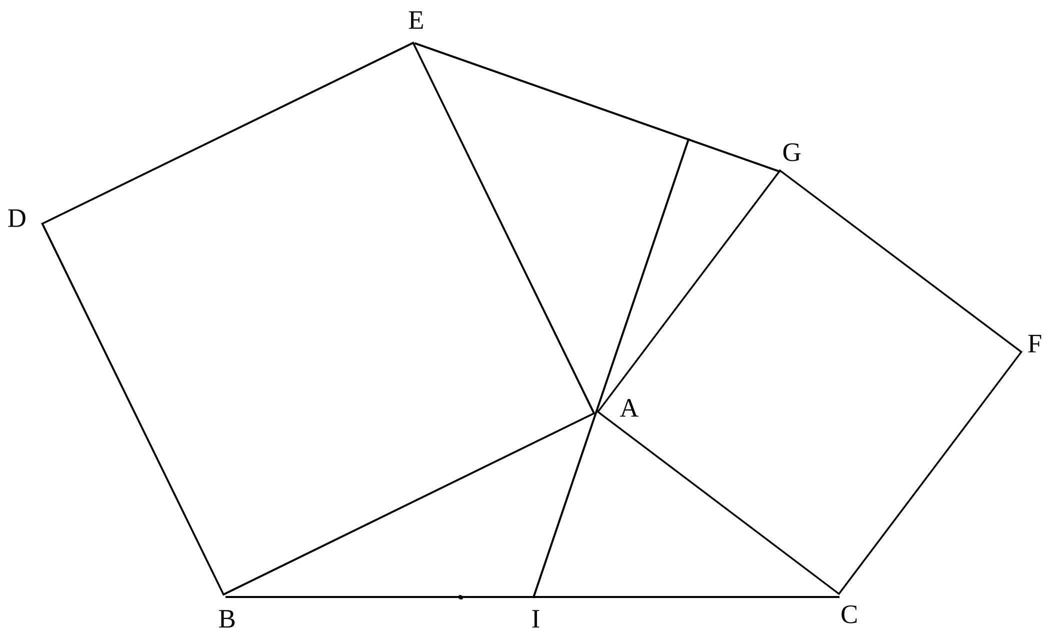
b) En déduire $\overrightarrow{ED}\cdot\overrightarrow{EC}$.

2) a) A l'aide du théorème de Pythagore, calculer les distances ED et EC

b) Exprimer $\overrightarrow{ED}\cdot\overrightarrow{EC}$ en utilisant le cosinus de l'angle $\widehat{DEC}$. En déduire le cosinus de $\widehat{DEC}$, puis une approximation à 1° près de la mesure de cet angle.

3) Retrouver directement le résultat de la question précédente en utilisant la formule d'Al-Kashi dans le triangle DEC.

III)



Dans le dessin ci-dessus, ABC est un triangle quelconque, ABDE et ACFG sont des carrés.

I est le milieu de [BC].

Le but du problème est de prouver que (AI) $\perp$ (EG).

1) Expliquer pourquoi $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AG}) = (\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AC})$. En déduire que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AC}$.

2) Exprimer $\overrightarrow{AI}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$. Exprimer $\overrightarrow{EG}$ en fonction de $\overrightarrow{AG}$ et $\overrightarrow{AE}$.

3) Utiliser les résultats précédents pour calculer $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{EG}$. Conclure.

IV) Dans un repère orthonormal $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$, on appelle (E) l'ensemble des points du plan dont les coordonnées (x ; y) vérifient l'équation: $x^2 + y^2 - 4x + 6y + k = 0$ où k est un réel quelconque.

1) Montrer que si k = 5, alors l'ensemble (E) est un cercle dont on déterminera les coordonnées du centre A et le rayon r .

2) Dans le cas général, préciser selon les valeur du réel k, la nature de l'ensemble (E).

V) Dans un repère orthonormal $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$, $\mathscr{C}$ est le cercle de centre O et de rayon 1.

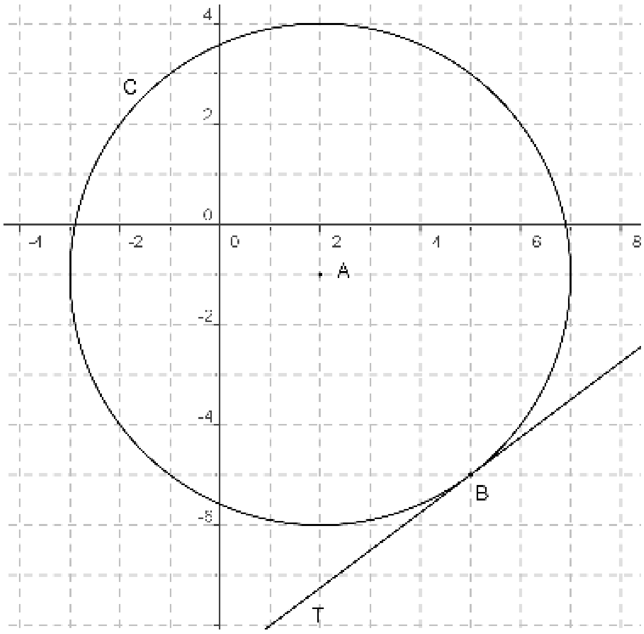
A est un point du cercle $\mathscr{C}$ de coordonnées (a ; b). H est le projeté orthogonal de A sur l'axe des abscisses et K est le projeté orthogonal de A sur l'axe des ordonnées.

1) Quelle égalité relie les coordonnées a et b du point A ?

2) Déterminer une équation cartésienne de la droite (HK).

3) L est le point du plan de coordonnées (a^3 ; b^3). Prouver que L est le projeté orthogonal de A sur la droite (HK).

VI)



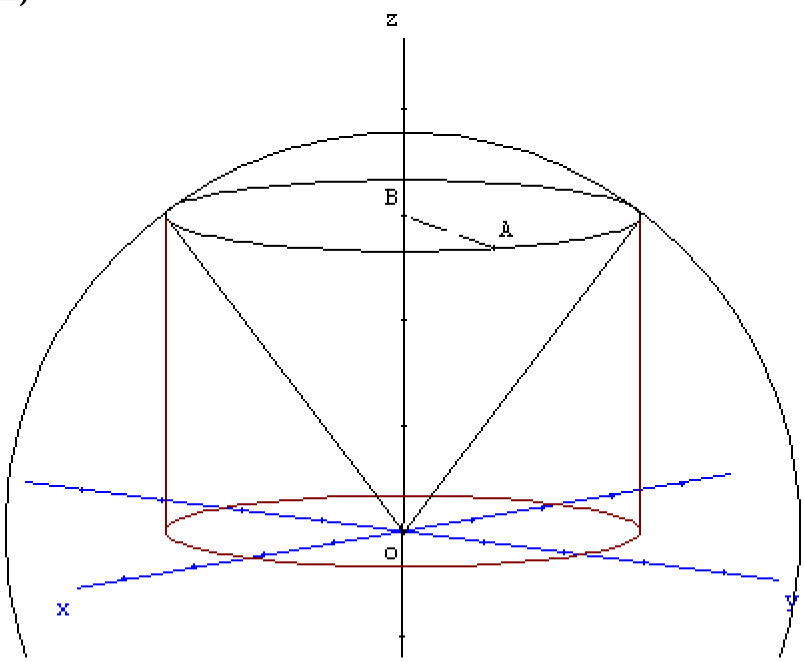
Dans un repère orthonormal $(O;\vec{i};\vec{j})$, A est le point de coordonnées (2 ; –1) et $\mathscr{C}$ est le cercle de centre A et de rayon 5.

1) Démontrer que le point B(5 ; –5) appartient au cercle $\mathscr{C}$.

2) Déterminer une équation cartésienne du cercle $\mathscr{C}$.

3) Déterminer une équation cartésienne de la droite (T) tangente au cercle $\mathscr{C}$ en B.

VII)



Dans un repère orthonormal $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ de l'espace :
A est le point de coordonnées (1 ; 2 ; 3).
(P) est le plan parallèle au plan $(O;\vec{i};\vec{j})$ passant par A.
(C) est le cylindre de révolution d'axe $(O;\vec{k})$ passant par le point A.
(S) est la sphère de centre O passant par le point A.
(N) est le cône de révolution de sommet O, d'axe $(O;\vec{k})$ et passant par A.

Déterminer les équations cartésiennes de (P), (C), (S) et (N).