$1^{ère}$ S4 Devoir de contrôle n°5

Lundi 28 Janvier 2008.

Exercice 1

Cocher les intersections des lignes et des colonnes correspondant à une égalité vraie pour tout réel x

	$\cos x$	$\sin x$	$-\cos x$	$-\sin x$
$\cos(-x)$				
$\sin(-x)$				
$\cos(\pi - x)$				
$\sin(\pi - x)$				
$\cos(\pi + x)$				
$\sin(\pi + x)$				
$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$				
$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$				
$\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$				
$\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$				

Exercice 2

La fonction *f* est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -3x^4 + 8x^3 - 6x^2 + 4$.

1) Calculer $f'(x)$ et étudier son signe.
2) En déduire le tableau des variations de la fonction *f*.

Exercice 3

La fonction *f* est définie par $f(x) = x + 1 + \dfrac{2}{2x-1}$

1) Sur quel ensemble la fonction *f* est-elle définie ? dérivable ? Justifiez votre réponse.
2) En précisant les détails de vos calculs et les formules utilisées, démontrez que la fonction dérivée de *f* est définie par $f'(x) = \dfrac{(2x-3)(2x+1)}{(2x-1)^2}$.
3) En le justifiant, réalisez le tableau de variation de la fonction *f*.

Exercice 4

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $\sin x = 0$ 2) $\cos x = \dfrac{1}{2}$ 3) $\cos^2 x = \dfrac{3}{4}$

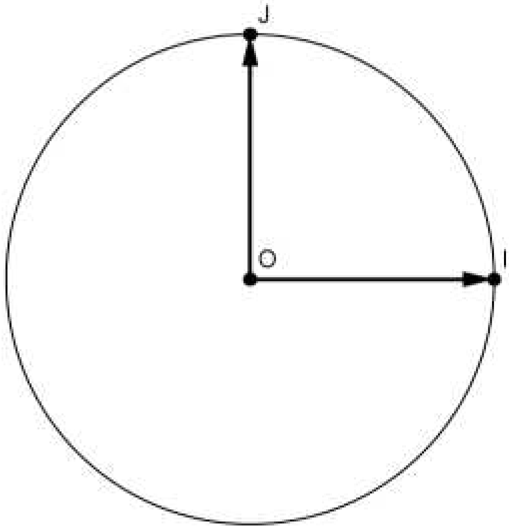
Exercice 5

$\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ et $\vec{t}$ sont quatre vecteurs du plan tels que:

$(\vec{u}\,;\vec{v}) = \dfrac{3\pi}{4} + 2k\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$, $(\vec{w}\,;\overrightarrow{-v}) = -\dfrac{\pi}{3} + 2k\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$ et $(\vec{t}\,;\vec{w}) = -\dfrac{\pi}{2} + 2k\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$

En justifiant vos calculs, déterminer la mesure principale de l'angle orienté $(\vec{u}\,;\vec{t})$

Exercice 6



Le cercle ci-contre est un cercle trigonométrique muni du repère orthonormal direct $(O\ ;\vec{OI}\ ;\vec{OJ})$.

Placer sur ce cercle les points A, B, C et D tels que :

$(\vec{OI}\ ;\vec{OA})=\frac{7\pi}{3}$ $\qquad$ $(\vec{OI}\ ;\vec{OB})=-\frac{5\pi}{4}$

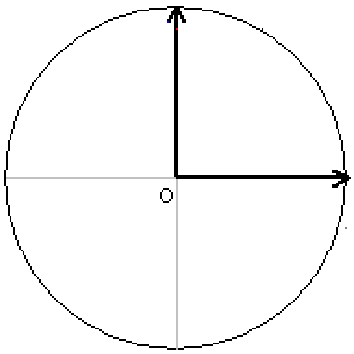
$(\vec{OI}\ ;\vec{OC})=1789\pi$ $\qquad$ $(\vec{OI}\ ;\vec{OD})=-\frac{64\pi}{3}$

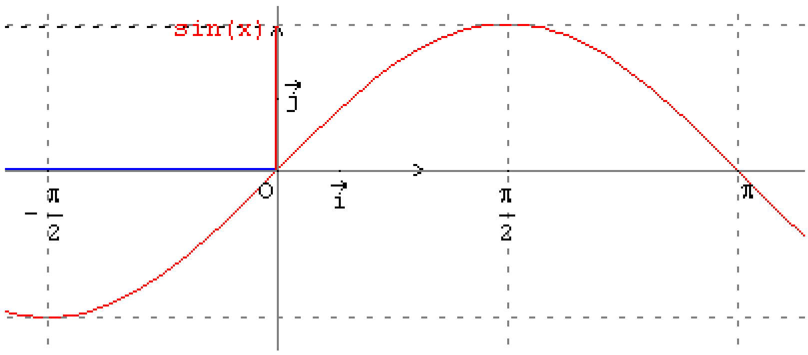
Préciser les calculs effectués pour placer les points C et D.

Exercice 7

Soit $x\in\left]\frac{\pi}{2}\ ;\pi\right[$ tel que $\sin x=\frac{1}{3}$.

1) Indiquer sur le cercle trigonométrique et sur la sinusoïde ci-dessous où est le point associé à x.
On notera A le point du cercle trigonométrique et B le point de la sinusoïde.



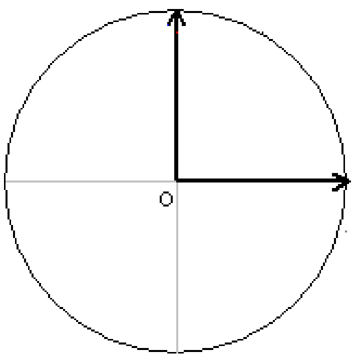


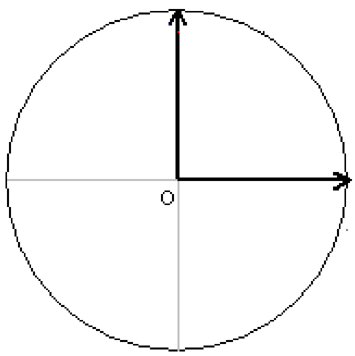
2) A l'aide de la calculatrice, déterminer un arrondi de x à 10^{-1} radians près.

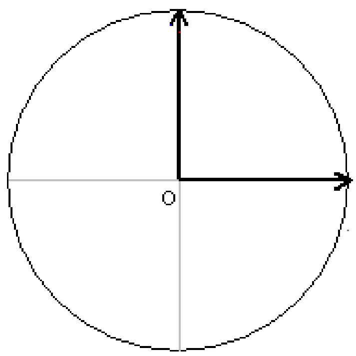
Exercice 8

En utilisant les cercles trigonométriques ci-dessous pour repérer les solutions (marquer en rouge les arcs associés), résoudre dans $]-\pi\ ;\pi]$ les inéquations suivantes :

1) $\cos x>\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\qquad$ 2) $\cos x\leqslant-\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\qquad$ 3) $\sin x>-\frac{1}{2}$.





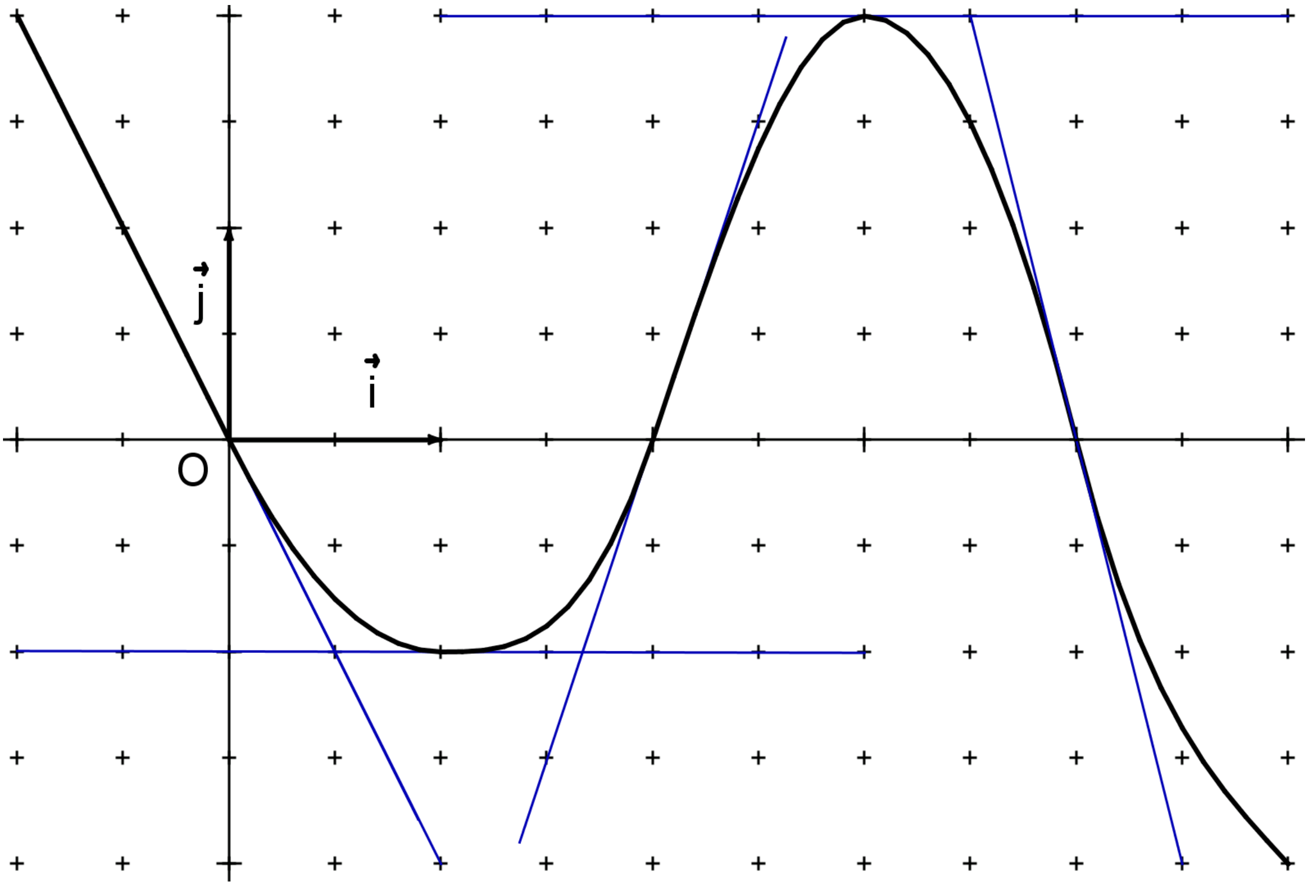


Exercice 9

On sait que: $\sin x=\frac{3}{5}$. Calculer la valeur **exacte** de $\cos x$ dans chacun des deux cas suivants :

1) $x\in\left]0\ ;\frac{\pi}{2}\right[$. $\qquad$ 2) $x\in\left]\frac{\pi}{2}\ ;\pi\right[$.

Exercice 10



Dans le repère orthonormal $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$ ci-dessus a été tracé la courbe $\mathscr{C}$ représentative d'une fonction f dérivable sur $[-1\,;5]$, ainsi que les tangentes à cette courbe aux points de coordonnées:
$(0\,;0)$, $(1:-1)$, $(2\,;0)$, $(3\,;2)$ et $(4\,;0)$.

1) Sans justifier, par simple lecture graphique, compléter les tableaux de valeurs:

x	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$							

x	0	1	2	3	4
$f'(x)$					

2) Sans justifier, par simple lecture graphique, compléter les tableaux de signes:

x	
$f(x)$	

x	
$f'(x)$	

3) On définit la fonction g sur $[-1\,;5]$ par: $g(x)=[f(x)]^2$.

a) Dire pourquoi g est dérivable sur $[-1\,;5]$ et donner la formule de calcul de $g'(x)$.

b) En utilisant la formule précédente et les tableaux des questions précédentes, en déduire le tableau des signes de $g'(x)$ et le tableau des variations de g.