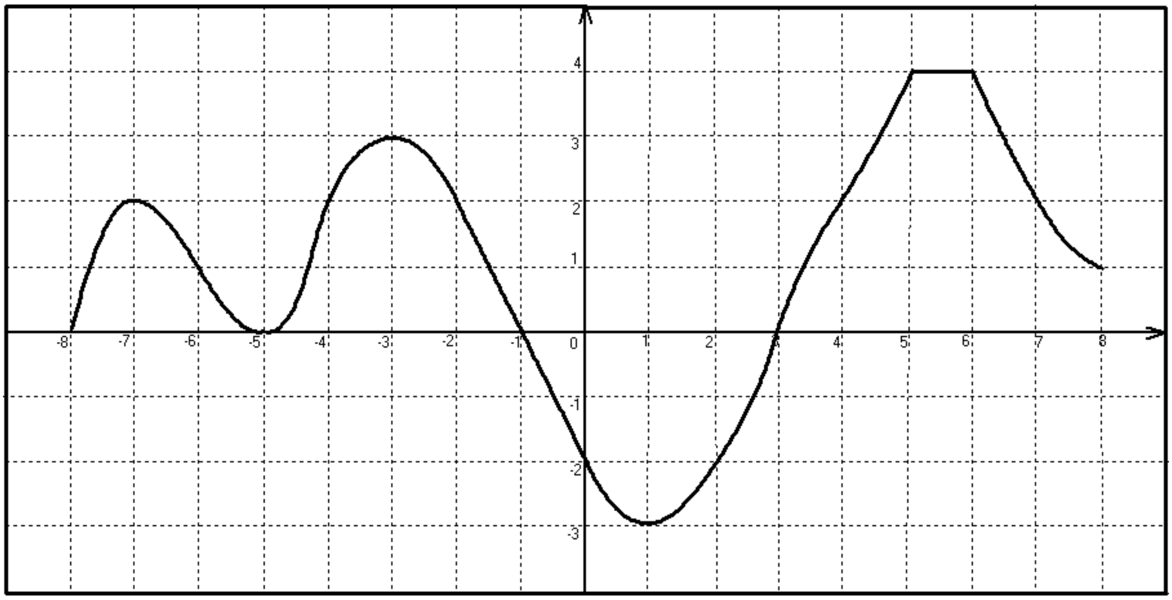
$1^{ère}$ S4 Devoir de contrôle n°1

Vendredi 3 octobre 2008.

Exercice 1

Voici la représentation graphique d'une fonction f définie sur l'intervalle $I=[-8\,;8]$:



Sans justifier vos réponses, par simple lecture graphique, compléter les phrases suivantes:

Le maximum de f sur I est ………Il est atteint pour :..

Le minimum de f sur I est ………Il est atteint pour :……………………………

L'image de 1 est ....

Les antécédents de 2 sont ....

La fonction f est strictement croissante sur ....……..

La fonction f est strictement décroissante sur ....……

La fonction f est constante sur ....……

La fonction f est-elle monotone sur I ?..…...... Pourquoi ?.......................................……

………..……

La fonction f est-elle bornée sur I ?..…...... Pourquoi ?.......................................………

………..

$f(x)<0$ lorsque ....……......

Lorsque $x\in[0\,;7]$, on a: $f(x)\in$ ....

$f(x)\in[-2\,;2]$ lorsque $x\in$ ....

Le tableau des variations de la fonction f est:

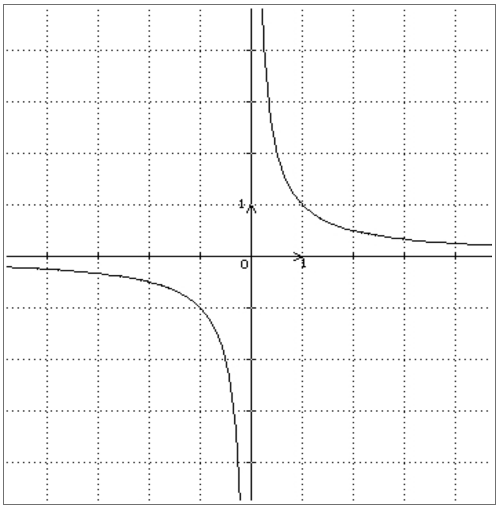
Exercice 2

Pour chacune des lignes du tableau ci-dessous, la fonction f est déterminée par sa formule de calcul et son ensemble de définition D_f.
Indiquer par une croix dans les cases appropriées les propriétés possédées par ces fonctions f sur leurs ensembles de définition D_f.
Ne pas répondre au hasard, car deux réponses fausses annulent une réponse exacte.

	paire	impaire	majorée	minorée	bornée	monotone	périodique	polynôme
$f(x)=x^2$ $D_f=\mathbb{R}$								
$f(x)=x^3$ $D_f=\mathbb{R}$								
$f(x)=x^2-1$ $D_f=[0\,;1]$								
$f(x)=\|x\|$ $D_f=\mathbb{R}$								
$f(x)=\sqrt{x}$ $D_f=\mathbb{R}^+$								
$f(x)=\dfrac{1}{x}$ $D_f=\mathbb{R}^*$								
$f(x)=\dfrac{1}{x}$ $D_f=\mathbb{R}^{+*}$								
$f(x)=\sin(x)$ $D_f=\mathbb{R}$								
$f(x)=\cos(x)$ $D_f=\mathbb{R}$								

Exercice 3

Le graphique de la fonction inverse est donné ci-contre :



Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation: $-2<\dfrac{1}{x}\leqslant\dfrac{1}{2}$ en utilisant les deux procédés suivants:

1) Par lecture graphique en marquant en couleur les parties utiles concernées.

2) Par un raisonnement utilisant les sens de variation de la fonction inverse.

Exercice 4

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=-(x-3)^2+4$.
On décompose f à l'aide de quatre fonctions a, b, c et d telles que $f=d\circ c\circ b\circ a$ de la façon suivante :

$$x \overset{a}{\mapsto} x-3 \overset{b}{\mapsto} (x-3)^2 \overset{c}{\mapsto} -(x-3)^2 \overset{d}{\mapsto} -(x-3)^2+4\cdot$$

On note: $u=b\circ a$, $v=c\circ b\circ a$.

Les représentations graphiques des fonctions b, u, v et f dans un repère orthonormal $(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j})$ sont respectivement notées Cb, Cu, Cv et Cf.

1) Donner les formules de calcul de $a(x)$, $b(x)$, $c(x)$, $d(x)$, $u(x)$ et $v(x)$ en fonction de la variable x.

2) Indiquer clairement sur la graphique ci-contre les courbes Cb, Cu, Cv et Cf.

3) Prouver que Cu est l'image de Cb par une translation t_1 dont on déterminera le vecteur $\vec{v_1}$.

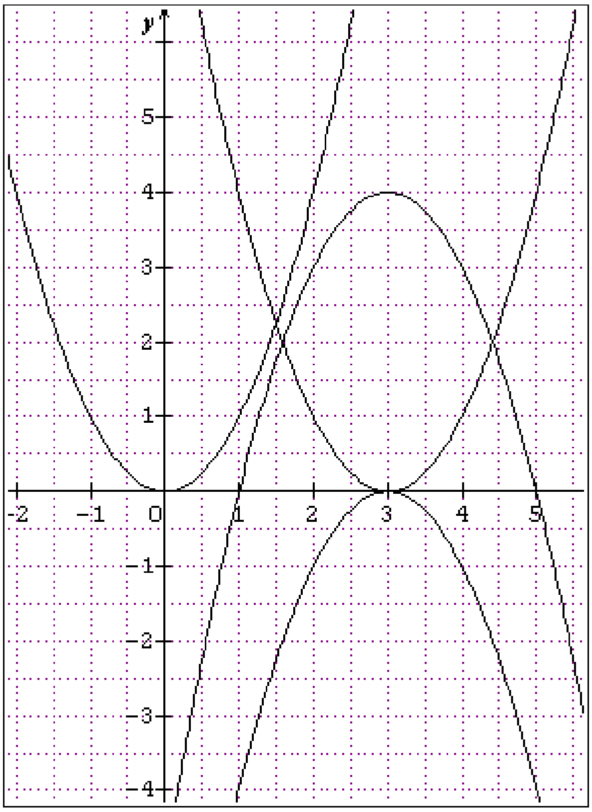
4) Prouver que Cf est l'image de Cv par une translation t_2 dont on déterminera le vecteur $\vec{v_2}$.

5) Prouver que Cv est l'image de Cu par une transformation s que l'on précisera.

6) Expliquer comment on passe de Cb à Cf en utilisant les transformations t_1, t_2 et s.

7) Sans justification, donner le sens de variation des fonctions a, b, c et d.

8) En utilisant le sens de variation des fonctions a, b, c et d, montrer comment prouver que la fonction f est strictement croissante sur $]-\infty\ ;3]$.



9) Démontrer que f possède un maximum. Quel est-il ? Pour quelle valeur de x est-il atteint ?

Exercice 5

Ci-dessous est tracé le tableau des variations d'une fonction f définie sur $[-2\ ;2]$.

x	–2		–1		0		1		2
Variations de f	3	↘	0	↗	5	↘	0	↘	–1

Ci-dessous est tracé le tableau des variations d'une fonction g définie sur $[-1\ ;5]$.

x	–1		0		3		5
Variations de g	2	↘	–1	↗	1	↗	4

On définit les fonctions a, b, c, d, e et h par les formules :

$a(x)=f(x)+1$ $\qquad$ $b(x)=f(x-1)$ $\qquad$ $c(x)=5-f(x)$

$d(x)=[f(x)]^2$ $\qquad$ $e(x)=f(x^2)$ $\qquad$ $h(x)=g[f(x)]$

Pour chacune des fonctions a, b, c, d, e et h, déterminer son ensemble de définition et son sens de variation. Résumer cela dans un tableau de variations.

La rédaction des raisonnements aboutissant à la conclusion n'est pas exigé. En revanche, des tableaux de variation adaptés peuvent être efficacement utilisés comme support aux raisonnements, comme cela avait été réalisé en classe.