1ère S4 Devoir de contrôle n°2

Vendredi 24 octobre 2008.

Exercice 1

f est une fonction trinôme du second degré telle que, pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Δ est le discriminant de $f(x)$.

Quatre tableaux de variations et quatre tableaux de signes sont représentés ci-dessous.

Pour chaque tableau, déterminer si $a > 0$ ou $a < 0$ et si $\Delta > 0$ ou $\Delta < 0$ ou $\Delta = 0$.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$		↗	0	↘	

tableau n° 1

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$		↗	1	↘	

tableau n° 2

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$		↘	-1	↗	

tableau n° 3

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$		↘	1	↗	

tableau n° 4

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$		+	0	+	

tableau n° 5

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	

tableau n° 6

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	+	0	$-$	

tableau n° 7

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f(x)$		+	0	$-$	0	+	

tableau n° 8

Exercice 2

Dans chacun des cas suivants,

- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$ en écrivant les solutions sur la forme la plus simple possible.
- Étudier le signe de $f(x)$ (on pourra utiliser un tableau). Les réponses sont à justifier !
- Lorsque cela est possible, factoriser $f(x)$ sous forme d'un produit de facteurs du premier degré.

Si la factorisation n'est pas possible, écrire $f(x)$ sous forme canonique.

1) $f(x) = x^2 - x + 4$.

2) $f(x) = -3x^2 + 18x - 27$.

3) $f(x) = x^2 - 4x + 1$.

4) $f(x) = \sqrt{2}\,x^2 - 8x + 6\sqrt{2}$.

Exercice 3

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation et les inéquations suivantes :

1) $x^4 + 7x^2 - 30 = 0$

2) $-21x^2 + 13x - 2 > 0$

3) $4x^2 - 4\sqrt{3}\,x + 3 \leqslant 0$

Exercice 4

En justifiant votre réponse, pour chacun des cas suivants, fabriquer une **inéquation** du second degré d'inconnue $x \in \mathbb{R}$, telle que:

1) L'ensemble de ses solutions soit l'intervalle $[-1\,;\,1]$.
2) L'ensemble de ses solutions soit $\mathbb{R}$.
3) L'inéquation ait la solution unique $x=-5$.

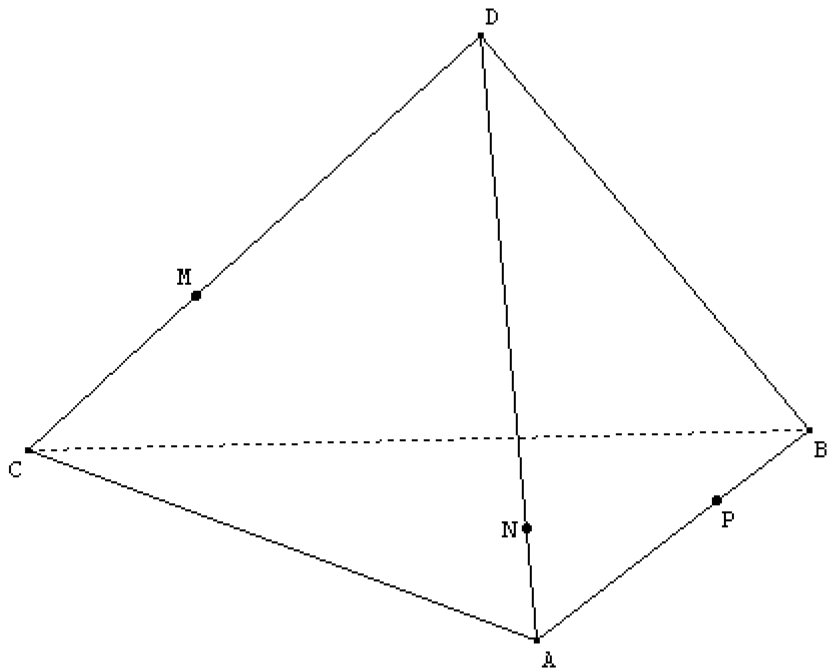
Exercice 5

Déterminer tous les couples *(x ; y)* de réels tels que $\begin{cases} x-y=132 \\ xy=828 \end{cases}$

Exercice 6

La représentation en perspective cavalière d'un tétraèdre $ABCD$ est donnée ci-dessous.
On a: $M \in [CD]$, $N \in [AD]$ et $P \in [AB]$.
Sans justifier le raisonnement réalisé, tracer les segments situés à l'intersection des faces du tétraèdre avec le plan (MNP).

Pour faciliter le travail du correcteur, ne pas effacer les traits de construction qui seront tracés au crayon à papier et repasser en rouge les segments correspondant aux sections demandées

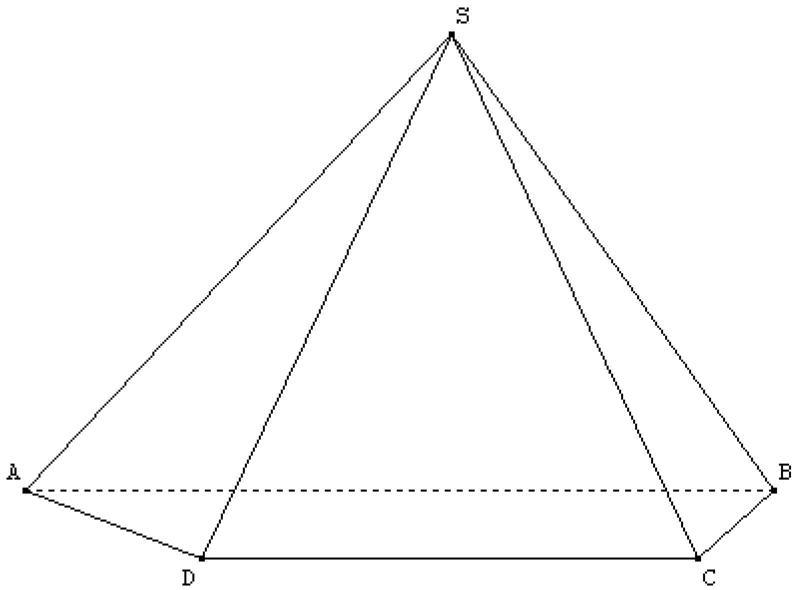


Exercice 7

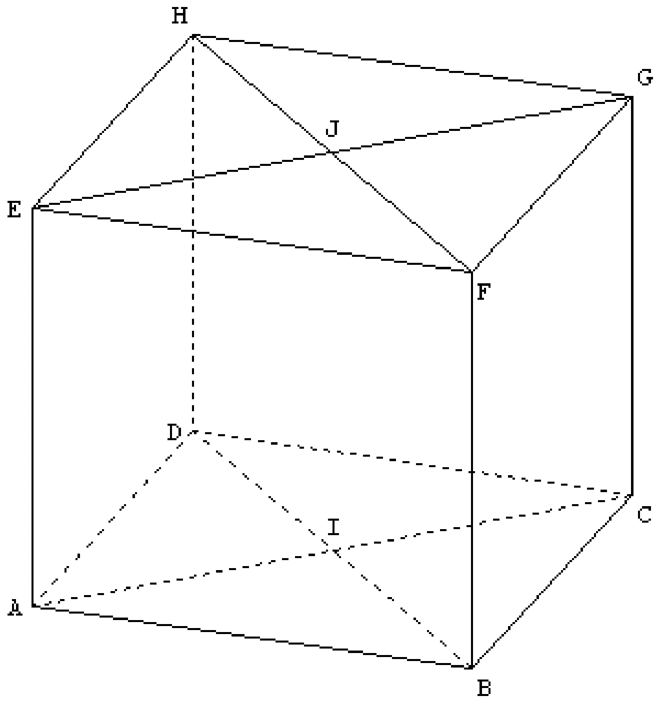
Le dessin ci-dessous représente en perspective cavalière la pyramide $SABCD$ de sommet S et dont la base $ABCD$ est un trapèze isocèle, c'est à dire tel que $(AB)//(CD)$ et $AD=BC$.

1) Construire la droite d_1, intersection des plans (SAB) et (SCD).
   Rédiger le raisonnement qui vous a permis de réaliser cette construction.

2) Construire la droite d_2, intersection des plans (SAD) et (SBC).
   Rédiger le raisonnement qui vous a permis de réaliser cette construction.



Exercice 8



Dans la représentation en perspective cavalière ci-contre:

$ABCDEFGH$ est un cube.
(AC) et (BD) sont sécantes en I.
(EG) et (FH) sont sécantes en J.

Dans chacun des tableaux ci-dessous cocher les cases où l'affirmation est exacte.
Les réponses multiples contradictoires seront pénalisées.

points	coplanaires	non coplanaires
A, J et D		
D, H, J et B		
A, B, H et I		
A, G, D et F		

droites	sécantes	parallèles	orthogonales	coplanaires	non coplanaires
(AH) et (ED)					
(EI) et (CG)					
(AB) et (GI)					
(BJ) et (IH)					
(AC) et (FH)					

plans	égaux	parallèles	sécants	orthogonaux
(AEI) et (DBJ)				
(AEJ) et (CGI)				
(BEJ) et (CIH)				
(BDE) et (AFH)				

droite et plan	droite contenue dans le plan	droite parallèle au plan	droite et plans sécants	droite orthogonale au plan
(BF) et (CDJ)				
(BG) et (BEJ)				
(DF) et (ACH)				
(BJ) et (ACH)				