$1^{ère}$ S4 Devoir de contrôle n°3

Vendredi 21 novembre 2008.

Exercice 1

$(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,;\vec{k})$ est un repère de l'espace. Dans ce repère, on a les points:

$A(-1\,;0\,;6)$ $B(2\,;1\,;1)$ $C(-2\,;3\,;2)$ $D(4\,;5\,;-7)$

Les droites (AB) et (CD) sont- elles parallèles ? Justifiez votre réponse.

Exercice 2

$(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,;\vec{k})$ est un repère de l'espace. Dans ce repère, on a les points:

$A(1\,;0\,;2)$ $B\left(2\,;1\,;\frac{3}{2}\right)$ $C(-1\,;3\,;2)$ $D(-1\,;-7\,;4)$

Les points A, B, C et D sont-ils coplanaires? Justifiez votre réponse.

Exercice 3

$(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,;\vec{k})$ est un repère orthonormal de l'espace. Dans ce repère, on a les points:

$A(1\,;1\,;\sqrt{2})$ $B(\sqrt{2}\,;-\sqrt{2}\,;0)$ $C(-1\,;-1\,;-\sqrt{2})$

Démontrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle.

Exercice 4

$(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,;\vec{k})$ est un repère orthonormal de l'espace. Dans ce repère, on a les points:

$A(1\,;2\,;x)$ $B(-3\,;1\,;-5)$ $C(x\,;5\,;4)$ où x est un nombre réel.

Déterminer x pour que le point C appartienne au plan médiateur du segment $[AB]$.

Exercice 5

Une fonction f est représentée graphiquement par une courbe $\mathscr{C}$. A est le point de $\mathscr{C}$ d'abscisse 1.
$\mathscr{C}$ possède une tangente $\mathscr{T}$ au point A. L'équation de cette tangente $\mathscr{T}$ est: $y=3\,x-1$.

1) Pourquoi la fonction f est-elle dérivable en 1 ?
2) En justifiant votre réponse, donner la valeur de $f\,'(1)$.

Exercice 6

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par: $f(x)=x^4$.

1) Pour tout réel $h\neq 0$ et tout réel x, donner une expression simplifiée du réel: $\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}$.

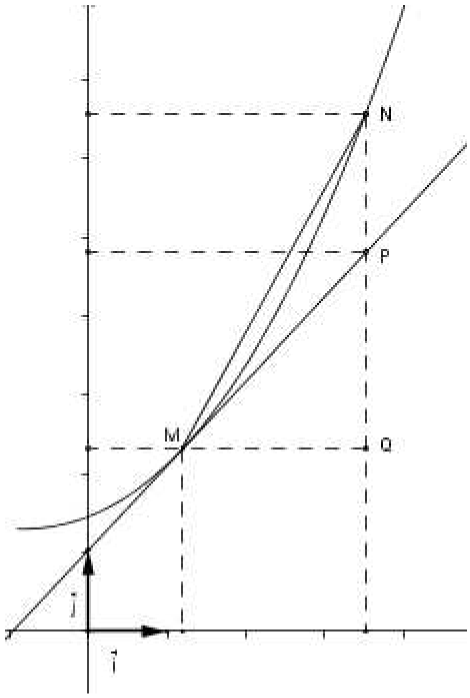
   Pour réaliser cela, utiliser la formule: $(a+b)^4=a^4+4\,a^3\,b+6\,a^2\,b^2+4\,a\,b^3+b^4$

2) En déduire que f est dérivable pour tout $x\in\mathbb{R}$ et déterminer $f\,'(x)$.

Exercice 7

1) Comment se manifeste graphiquement le fait que la fonction racine carrée ne soit pas dérivable en 0 ?
2) Comment se manifeste graphiquement le fait que la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=|x^2-1|$ ne soit pas dérivable en -1 ?

Exercice 8



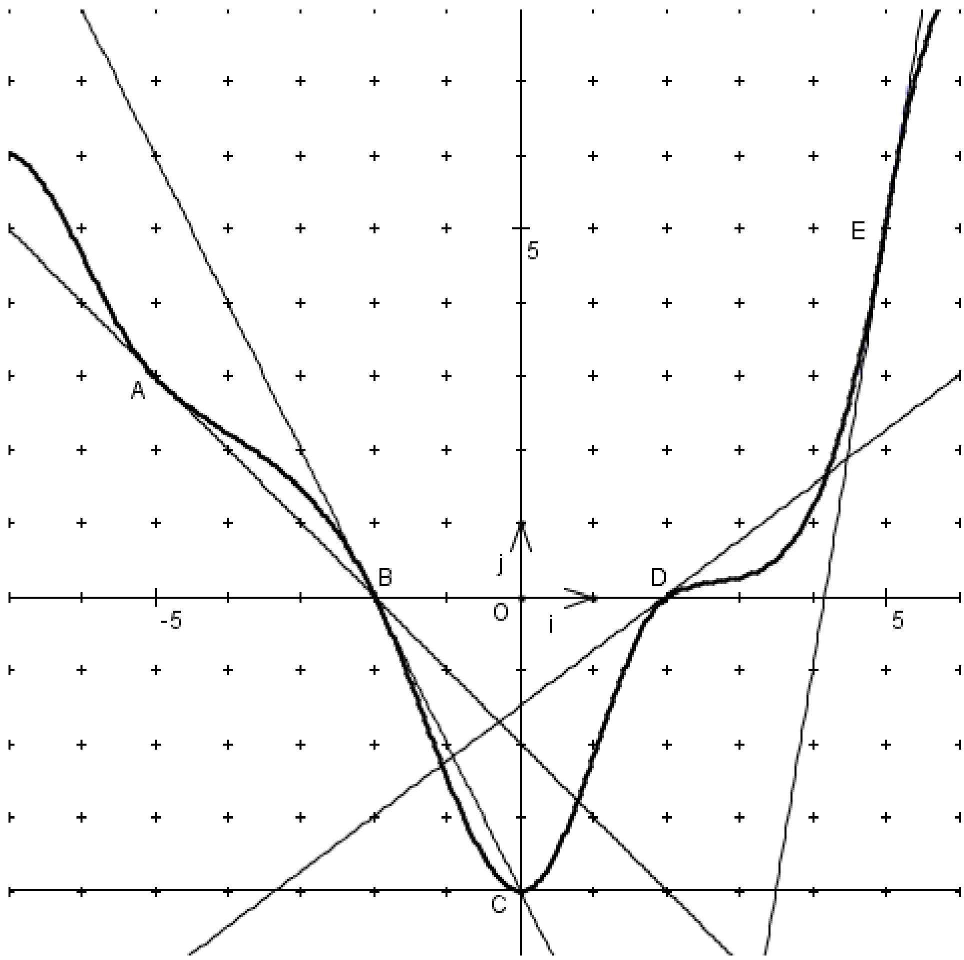
Dans le repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ci-contre, voici le graphique $\mathscr{C}$ d'une fonction f dérivable partout où elle est définie.

1) M est le point de $\mathscr{C}$ d'abscisse a.
   N est le point de $\mathscr{C}$ d'abscisse $a+h$ où $h \in \mathbb{R}^*$.
   a) Donner les coordonnées de M et N.
   b) Quel est le coefficient directeur de (MN) ?

2) P est le point d'abscisse $a+h$ situé sur la droite (MP) tangente à $\mathscr{C}$ en M.
   a) Quel est le coefficient directeur de (MP)?
   b) Quelle est l'ordonnée de P?

3) Décrire de façon très précise ce qu'il se passe lorsque le point N se rapproche du point M, c'est à dire lorsque h tend vers 0.

Exercice 9



Dans le repère orthonormal $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$ ci-dessus a été tracé la courbe $\mathscr{C}$ représentative d'une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$, ainsi que les droites tangentes à cette courbe aux points $A(-5\,;3)$, $B(-2\,;0)$, $C(0\,;-4)$, $D(2\,;0)$ et $E(5\,;5)$.

En utilisant les points du quadrillage, évaluer graphiquement les nombres dérivés:

$$f'(-5) \quad , \quad f'(-2) \quad , \quad f'(0) \quad , \quad f'(2) \quad \text{et} \quad f'(5).$$

Aucune explication n'est demandée. Ces réels sont des entiers ou des fractions simples.