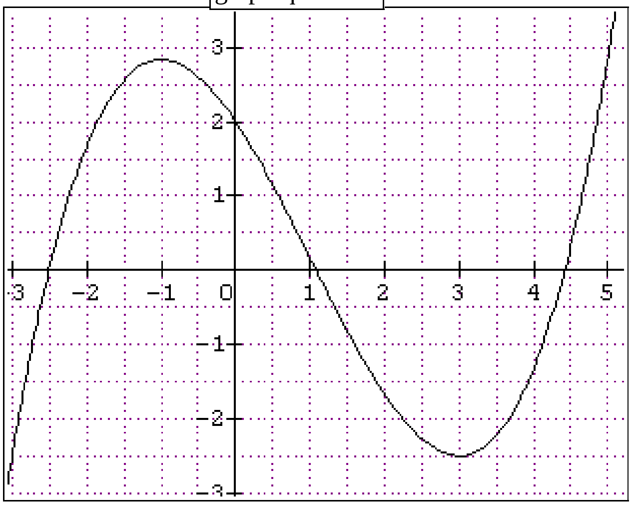
$1^{ère}$ S4 Devoir de contrôle n°5

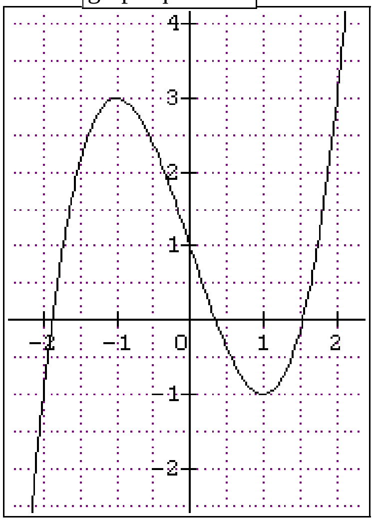
Vendredi 23 janvier 2009.

Exercice 1

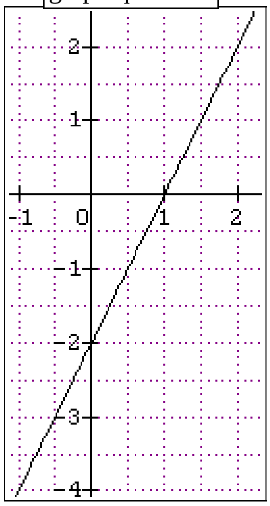
graphique de *a*



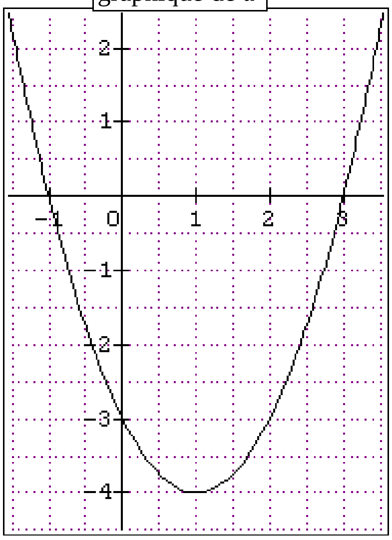
graphique de *b*



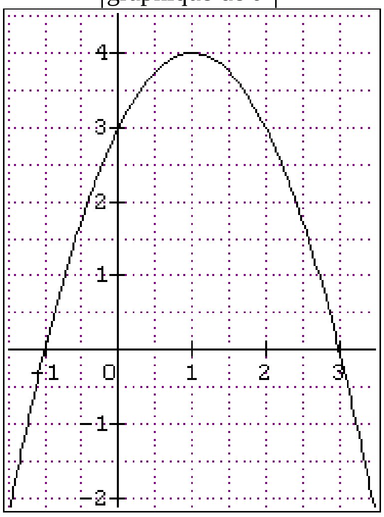
graphique de *c*



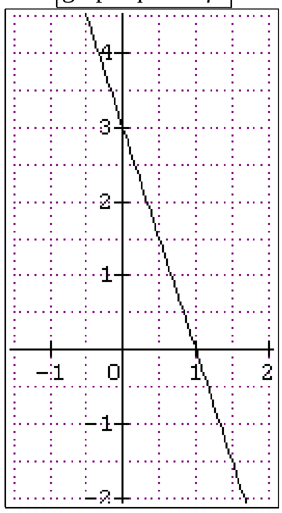
graphique de *d*



graphique de *e*



graphique de *f*



Vous voyez ci-dessus une partie des représentations graphiques de six fonctions: a, b, c, d, e et f.
Parmi ces fonctions, certaines sont les fonctions dérivées d'autres.

En recherchant les informations utiles sur les graphiques de ces fonctions et en justifiant votre réponse (à l'aide de tableaux par exemple), donner les associations entre fonction et dérivée

Exercice 2

f est la fonction définie sur $[-4\,;3]$ par : $f(x)=3x^4+4x^3-36x^2+20$.

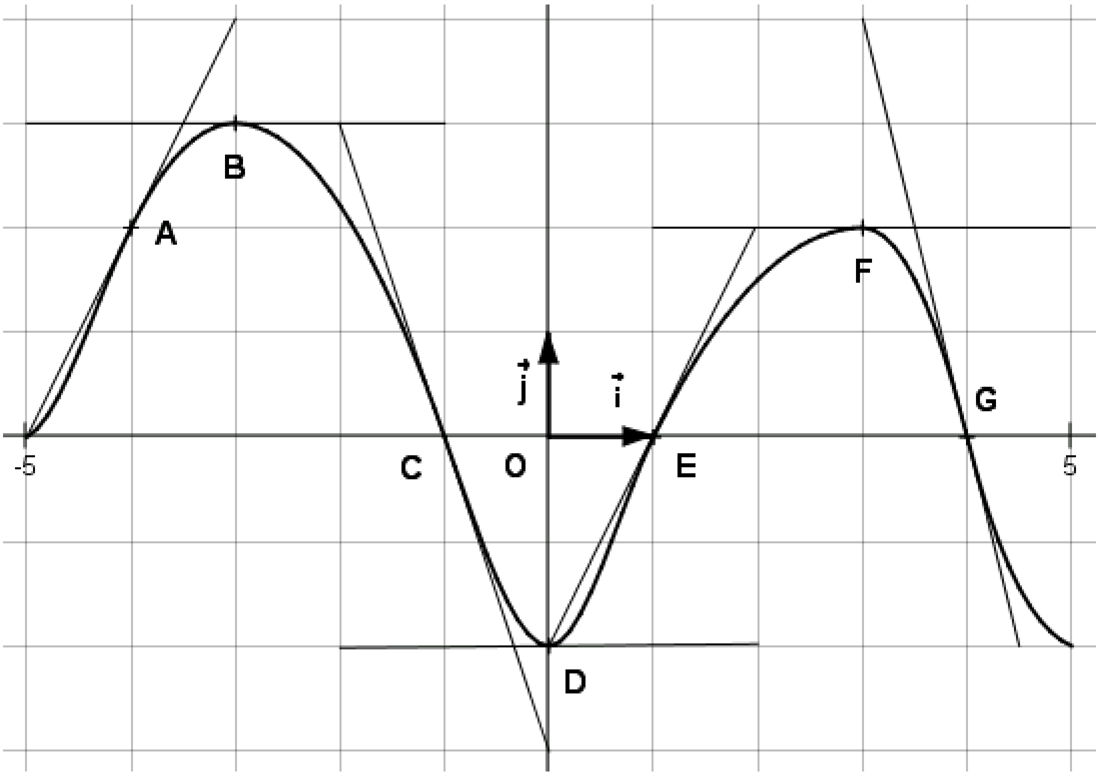
En justifiant le signe de $f'(x)$, réaliser le tableau des variations de f.

NB : Les valeurs des maxima et minima locaux pourront être obtenues avec la table de votre calculatrice graphique et n'ont pas besoin d'être justifiées.

Exercice 3

Dans le repère orthonormal $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$ ci-dessus a été tracé la courbe $\mathscr{C}$ représentative d'une fonction f dérivable sur $[-5\,;5]$, ainsi que les tangentes à cette courbe aux points: $A(-4\,;2)$, $B(-3\,;3)$, $C(-1\,;0)$, $D(0\,;-2)$, $E(1\,;0)$, $F(3\,;2)$ et $G(4\,;0)$.

1) Sans justifier, par simple lecture graphique, compléter les tableaux de valeurs:



x	-5	-4	-3	-1	0	1	3	4	5
$f(x)$									

x	-4	-3	-1	0	1	3	4
$f'(x)$							

2) Sans justifier, par simple lecture graphique, compléter les tableaux de **signes**:

x	
$f(x)$	

x	
$f'(x)$	

3) On définit la fonction g sur $[-5\,;5]$ par: $g(x)=[f(x)]^2$.

a) Dire pourquoi g est dérivable sur $[-5\,;5]$ et donner la formule de calcul de $g'(x)$.

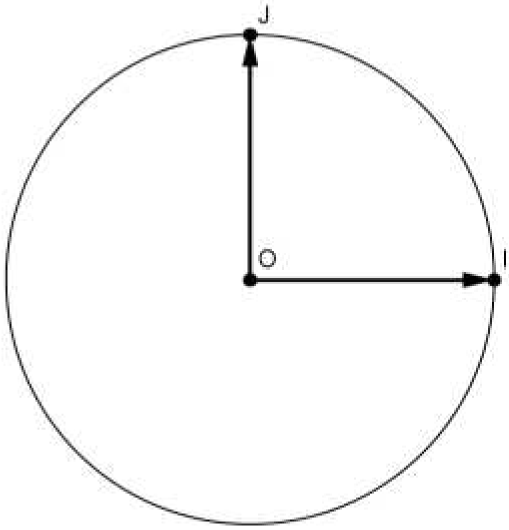
b) En utilisant la formule précédente et les tableaux des questions précédentes, en déduire le tableau des signes de $g'(x)$ et le tableau des variations de g.

Exercice 4

Cocher les intersections des lignes et des colonnes correspondant à une égalité vraie pour tout réel *x*

	$\cos x$	$\sin x$	$-\cos x$	$-\sin x$
$\cos(-x)$				
$\sin(-x)$				
$\cos(\pi - x)$				
$\sin(\pi - x)$				
$\cos(\pi + x)$				
$\sin(\pi + x)$				
$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$				
$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$				
$\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$				
$\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$				

Exercice 5



Le cercle ci-contre est un cercle trigonométrique muni du repère orthonormal direct $(O ; \overrightarrow{OI} ; \overrightarrow{OJ})$.

Placer sur ce cercle les points A, B, C et D tels que :

$(\overrightarrow{OI} ; \overrightarrow{OA}) = \frac{13\pi}{6}$ $(\overrightarrow{OI} ; \overrightarrow{OB}) = -\frac{7\pi}{3}$

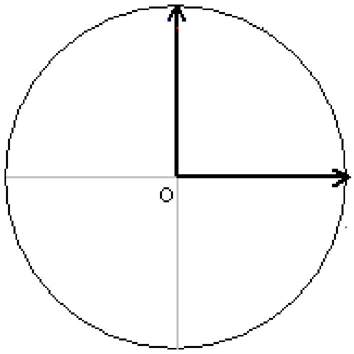
$(\overrightarrow{OI} ; \overrightarrow{OC}) = 2009\pi$ $(\overrightarrow{OI} ; \overrightarrow{OD}) = -\frac{37\pi}{4}$

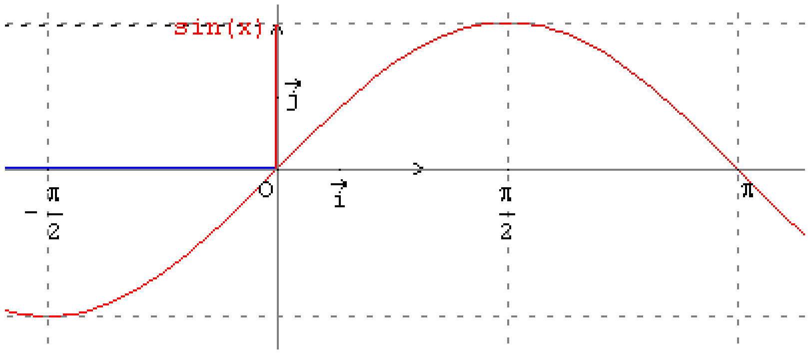
Préciser les calculs effectués pour placer les points C et D.

Exercice 6

Soit $x \in \left]\frac{\pi}{2} ; \pi\right[$ tel que $\sin x = \frac{2}{3}$.

1) Indiquer sur le cercle trigonométrique et sur la sinusoïde ci-dessous où est le point associé à x.
On notera A le point du cercle trigonométrique et B le point de la sinusoïde.

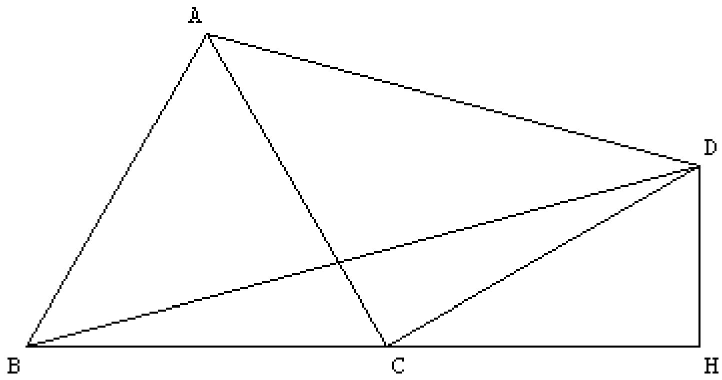




2) Calculer la valeur exacte de $\cos x$.

3) A l'aide de la calculatrice, déterminer un arrondi de x à 10^{-1} radians près.

Exercice 7



Dans le dessin ci-contre, on a :

ABC triangle équilatéral avec $AB = 1$.

ACD triangle rectangle et isocèle en C.

H projeté orthogonal de D sur (BC).

1) Déterminer la mesure principale en radians des angles orientés $(\overrightarrow{CD} ; \overrightarrow{CB})$, $(\overrightarrow{CH} ; \overrightarrow{CD})$ et $(\overrightarrow{BC} ; \overrightarrow{BD})$.
Justifiez vos réponses.

2) Calculer les distances CH et DH. En déduire BH, puis BD.

3) Déduire des questions précédentes que : $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$.

Exercice 8

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes:

a) $\cos x = 0$ b) $\sin x = \frac{1}{2}$ c) $\sin^2 x = \frac{3}{4}$

2) Résoudre dans $]-\pi ; \pi]$ les équations suivantes et représenter sur un cercle trigonométrique les images des solutions trouvées:

a) $\sin(2x) = \sin(x)$ b) $\cos(2x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$