Nombre dérivé Tangente à une courbe: Introduction.

I) Travail à faire sur feuille en utilisant la calculatrice graphique

Exemple 1

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$.

(C) est la courbe représentative de *f* dans un repère orthonormal $(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j})$

1) Soit $A(1\ ;1)$. Pourquoi a-t-on $A \in (C)$?
2) $M \in (C)$ d'abscisse $x = 1 + h$ où $h \in \mathbb{R}^*$. Quelle est son ordonnée?
3) Dans $(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j})$, unités 4 cm, tracer *(C)* et la droite *(AM)* pour $h = 1$.
4) Compléter les tableaux:

h	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
abscisse de *M*										
ordonnée de *M*										
Coefficient directeur de *(AM)*										

h	-1	$-0,9$	$-0,8$	$-0,7$	$-0,6$	$-0,5$	$-0,4$	$-0,3$	$-0,2$	$-0,1$
abscisse de *M*										
ordonnée de *M*										
Coefficient directeur de *(AM)*										

Que va-t-il se passer si l'on prend des valeurs de *h* de plus en plus proches de zéro?

Exemple 2

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}^{+*}$ par $f(x) = \sqrt{x}$.

(C) est la courbe représentative de f dans un repère orthonormal $(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j})$

1) Pourquoi a-t-on $O \in (C)$?
2) $M \in (C)$ d'abscisse x où $x \in \mathbb{R}^{+*}$. Quelle est son ordonnée?
3) Dans $(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j})$, unités 4 cm, tracer *(C)* et la droite *(OM)* pour $x = 1$.
4) Compléter le tableau:

x	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
abscisse de *M*										
ordonnée de *M*										
Coefficient directeur de *(OM)*										

Que va-t-il se passer si l'on prend des valeurs de *x* positives et de plus en plus proches de zéro?

Exemple 3

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = |x^2 - 1|$.

(C) est la courbe représentative de *f* dans un repère orthonormal $(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j})$.

1) Soit $A(-1\ ;0)$. Pourquoi a-t-on $A \in (C)$?
2) $M \in (C)$d'abscisse $x = -1 + h$ où $h \in \mathbb{R}^*$. Quelle est son ordonnée?
3) Dans $(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j})$, unités 4 cm, tracer *(C)* et la droite *(AM)* pour $h = 1$.
4) Compléter les tableaux:

h	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
abscisse de *M*										
ordonnée de *M*										
Coefficient directeur de *(AM)*										

h	-1	$-0,9$	$-0,8$	$-0,7$	$-0,6$	$-0,5$	$-0,4$	$-0,3$	$-0,2$	$-0,1$
abscisse de *M*										
ordonnée de *M*										
Coefficient directeur de *(AM)*										

Que va-t-il se passer si l'on prend des valeurs de *h* de plus en plus proches de zéro?

II) Travail à faire en utilisant geoplan.

Exemple 1

f est la fonction définie sur ℝ par $f(x)=x^2$.
(C) est la courbe représentative de *f* dans un repère $(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j})$.

Téléchargez le fichier **derivee_1** déposé en en fichier joint dans le cahier de texte de la classe et ouvrez-le avec le logiciel geoplan-geospace ou geoplanspace que, sur mon conseil, vous devriez déjà avoir installé sur votre ordinateur. Si ce n'est pas le cas, vous pouvez l'ouvrir avec geoplanW installé sur tous les postes du réseau du lycée.

x_0 est un réel de l'intervalle $[-2\ ;2]$ pilotable au clavier ayant la valeur 1 lors de l'ouverture du fichier.
A est le point de coordonnées $(x_0\ ;f(x_0))$. On a donc : $A\in(C)$.
h est un réel de l'intervalle $[-2\ ;2]$ pilotable au clavier ayant la valeur 1 lors de l'ouverture du fichier.
M est le point de coordonnées $(x_0+h\ ;f(x_0+h))$. On a donc : $M\in(C)$.
La droite *(AM)* sécante en *A* à *(C)* est tracée en bleu.
On peut lire en haut de la fenêtre les affichages des valeurs de x_0 , *h* et de l'équation réduite de la droite *(AM)*.

1) Piloter *h* au clavier et observer les variations de la droite *(AM)* sur le dessin ainsi que les valeurs de *h* et du coefficient directeur de *(AM)*.
2) Modifier le pas *h* par double clic sur la fenêtre geoplanspace ouvrant le menu :

puis :

Prendre $h=0{,}01$ puis $h=0{,}001$ et encore plus proche de zéro si vous voulez.
Pour chaque valeur de *h*, observer les variations de *(AM)* et de son coefficient directeur.
Pour améliorer la visibilité de la figure, effectuer des zooms à l'aide des touches < ou > ainsi que des recentrages avec la main obtenue par clic droit.

4) Observer les positions de *(AM)* et de *(C)* lorsque *h* se rapproche de zéro.

5) D'après vos observations, conjecturer la valeur des limites :

$$\lim_{h\to 0}\left[\frac{f(1+h)-f(1)}{h}\right] \quad \text{et} \quad \lim_{x\to 1}\left[\frac{f(x)-f(1)}{x-1}\right]$$

6) D'après vos observations, conjecturer les approximations
Lorsque *h* est proche de 0 : $f(1+h)\approx$
Lorsque *x* est proche de 1 : $f(x)\approx$

Exemple 2

f est la fonction définie sur ℝ par $f(x)=\sqrt{x}$.

(C) est la courbe représentative de *f* dans un repère $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$.

Téléchargez le fichier **derivee_2** déposé en en fichier joint dans le cahier de texte de la classe et ouvrez-le !

x_0 est un réel de l'intervalle $[0\,;2]$ pilotable au clavier ayant la valeur 0 lors de l'ouverture du fichier.
A est le point de coordonnées $(x_0\,;f(x_0))$. On a donc : $A\in(C)$.
h est un réel de l'intervalle $[0\,;2]$ pilotable au clavier ayant la valeur 1 lors de l'ouverture du fichier.
M est le point de coordonnées $(x_0+h\,;f(x_0+h))$. On a donc : $M\in(C)$.
La droite *(AM)* sécante en *A* à *(C)* est tracée en bleu.
On peut lire en haut de la fenêtre les affichages des valeurs de x_0 , *h* et de l'équation réduite de la droite *(AM)*.

Effectuer un travail analogue à celui de l'exercice1 afin de conjecturer la valeur de la limite :

$$\lim_{x\to 0}\left[\frac{f(x)-f(0)}{x-0}\right]$$

Exemple 3

f est la fonction définie sur ℝ par $f(x)=x^2$.

(C) est la courbe représentative de f dans un repère $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$.

Téléchargez le fichier **derivee_3** déposé en en fichier joint dans le cahier de texte de la classe et ouvrez-le !

x_0 est un réel de l'intervalle $[-3\,;3]$ pilotable au clavier ayant la valeur -1 lors de l'ouverture du fichier.
A est le point de coordonnées $(x_0\,;f(x_0))$. On a donc : $A\in(C)$.
h est un réel de l'intervalle $[-2\,;2]$ pilotable au clavier ayant la valeur 1 lors de l'ouverture du fichier..
M est le point de coordonnées $(x_0+h\,;f(x_0+h))$. On a donc : $M\in(C)$.
La droite *(AM)* sécante en *A* à *(C)* est tracée en bleu.
On peut lire en haut de la fenêtre les affichages des valeurs de x_0 , *h* et de l'équation réduite de la droite *(AM)*.

Effectuer un travail analogue à celui de l'exercice1 afin de conjecturer la valeur des limites :

$$\lim_{h\to 0}\left[\frac{f(-1+h)-f(-1)}{h}\right] \qquad \text{et} \qquad \lim_{x\to -1}\left[\frac{f(x)-f(-1)}{x-(-1)}\right]$$

Exemple 4

Reprendre les fichiers **derivee_1**, **derivee_2** ou **derivee_3** et refaire un travail analogue en changeant la valeur de x_0 c'est à dire la position du point *A*.
Essayer de conclure cette étude en classant les diverses situations rencontrées.