

1^{ère} S₂ Devoir à la maison n°5

Pour Mercredi 12 Novembre 1997

ABC est un triangle. x , y et z sont trois nombres réels différents de 0 et de -1 .

A' est le barycentre de (B,1) (C,x).

B' est le barycentre de (C,1) (A,y).

C' est le barycentre de (A,1) (B,z).

1) M étant un point quelconque du plan, traduire les données du problème par trois égalités vectorielles utilisant le point M.

2) Exprimer $x(1+y) \cdot \overrightarrow{MB'} - xy(1+z) \cdot \overrightarrow{MC'}$ en fonction de \overrightarrow{MB} et de \overrightarrow{MC} .

3) En déduire que, si $xyz = -1$, alors A', B' et C' sont alignés.

4) Réciproquement, si A', B' et C' sont alignés, en prenant $M = B$, montrer que l'on a: $xyz = -1$.

5) Conclure en énonçant le théorème démontré ici.