$1^{ère}S_1$ Devoir à la maison n°5

Pour Lundi 30 Novembre 1998.

Soient f, r et s, les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par:

$f(x) = x^2$ $\qquad$ $r(x) = x - 1$ $\qquad$ $s(x) = x - 2$

On rappelle que la fonction $g = r \circ f$ est définie sur $\mathbb{R}$ par: $g(x) = r[f(x)]$ et que la fonction $h = f \circ s$ est définie sur $\mathbb{R}$ par: $h(x) = f[s(x)]$

Dans un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$, C_f, C_g et C_h sont les courbes représentatives des fonctions f, g et h.
On prendra 2 cm pour unité.

I)

1) Donner les formules de calcul de g(x) et de h(x) en fonction de x.
2) Dessiner C_f, C_g et C_h dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
3) Soit M d'abscisse t, tel que $M \in C_f$ et N d'abscisse t, tel que $N \in C_g$.

Montrer que $\overrightarrow{MN}$ ne dépend pas de l'abscisse t de M et de N. En déduire que C_g est l'image de C_f par une translation dont on donnera le vecteur.

4) Soit M d'abscisse t, tel que $M \in C_f$. Soit P d'abscisse (t + 2), tel que $P \in C_h$.

Quelle est l'ordonnée de P? Pourquoi?

Montrer que $\overrightarrow{MP}$ est indépendant de t. En déduire que C_h est l'image de C_f par une translation.

II)

Soit F la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par: $F(x) = x^2 - 2x - 1$ et C_F sa courbe représentative dans le repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $F(x) = (x-1)^2 - 2$.
2) En déduire que $F = s \circ f \circ r$.
3) Montrer que C_F est l'image de C_f par une translation $t_{\vec{v}}$ dont on déterminera le vecteur $\vec{v}$.

III) <u>Étude du cas général</u>:

Soit G la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par: $G(x) = x^2 + bx + c$ où $b \in \mathbb{R}$ et $c \in \mathbb{R}$ et C_G sa courbe représentative dans le repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

.

1) Déterminer les deux réel α et β tels que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on ait: $G(x) = (x + \alpha)^2 + \beta$.
2) Déterminer les deux fonctions affines t et u telles que: $G = t \circ f \circ u$.
3) Déterminer le vecteur $\vec{v}$ tel que C_G soit l'image de C_f par la translation $t_{\vec{v}}$.