

Limites et opérations

Les tableaux ci-dessous résument les résultats à connaître. Ces tableaux sont valables dans les trois situations étudiées:

- Lorsque la variable $x \rightarrow +\infty$
- Lorsque la variable $x \rightarrow -\infty$
- Lorsque la variable $x \rightarrow a$ où $a \in \mathbb{R}$.

Il va de soi que, pour les deux fonctions f et g concernées, les limites sont prises au même endroit!

Les conventions utilisées dans ces tableaux, sont:

- l et l' désignent des nombres réels (limites finies).
- ? indique que dans la situation concernée, on n'a pas de conclusion générale. On dit parfois qu'il s'agit d'une « forme indéterminée ». Il faudra dans ces cas, mettre au point d'autres méthodes de résolution.

1) Limite d'une somme de deux fonctions

$\lim f$	l	l	l	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$
$\lim g$	l'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim f + g$	$l + l'$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$?

2) Limite d'une différence de deux fonctions

Utiliser : $f - g = f + (-g)$ et le tableau précédent

3) Limite d'un produit de deux fonctions

$\lim f$	l	$l > 0$	$l > 0$	$l < 0$	$l < 0$	0	0	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$
$\lim g$	l'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim f \times g$	$l l'$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$?	?	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$

Pour la limite de $(-g)$, utiliser le tableau ci-dessus avec : $f : x \mapsto -1$

4) Limite de l'inverse d'une fonction

Dans le tableau ci-dessous, la limite de f égale à 0^+ , signifie, qu'à l'endroit où la limite est prise, cette limite est zéro et que, pour tout x suffisamment proche de cet endroit, on a $f(x) > 0$.
Définition analogue pour 0^- , mais avec $f(x) < 0$.

$\lim f$	$l \neq 0$	0^+	0^-	$+\infty$	$-\infty$
$\lim \frac{1}{f}$	$\frac{1}{l}$	$+\infty$	$-\infty$	0	0

5) Limite d'un quotient de deux fonctions

On peut utiliser: $\frac{f}{g} = f \times \frac{1}{g}$ et avec les deux tableaux précédents, il est possible de conclure.

On peut aussi retenir les résultats suivants :

$\lim f$	l	l	$l \neq 0$	$\pm \infty$	0	$\pm \infty$
$\lim g$	$l' \neq 0$	$\pm \infty$	0	l	0	$\pm \infty$
$\lim \frac{f}{g}$	$\frac{l}{l'}$	0	$\pm \infty$	$\pm \infty$?	?

Ce tableau est simplifié: $\pm \infty$ signifie $+\infty$ ou bien $-\infty$. Pour décider, on applique la règle du signe du quotient selon les signes de f et de g au voisinage de l'endroit où la limite est cherchée.