Exercices sur les suites numériques

Exercice 1:

1) Calculer les premiers termes de quelques suites en complétant le tableau ci-dessous:

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$a(n)=a_n=2n$											
$b(n)=b_n=n^2$											
$c(n)=c_n=2^n$											
$d(n)=d_n=3n+1$											
$e(n)=e_n=(-1)^n$											
$f(n)=f_n=\frac{1}{n}$											
$g(n)=g_n=\frac{1}{n^2}$											
$h(n)=h_n=\frac{1}{2^n}$											
$i(n)=i_n=\left(-\frac{1}{10}\right)^n$											
$j(n)=j_n=\frac{1}{\sqrt{n}}$											
$k(n)=k_n=0{,}999^n$											
$l(n)=l_n=1{,}001^n$											
$m(n)=m_n=\frac{\sin n}{n}$											
$p(n)=p_n=\frac{n^2}{2^n}$											
$q(n)=q_n=\frac{n+3}{n+1}$											
$r(n)=r_n=\frac{2n-1}{n+1}$											

2) Quelles égalités relient :

a) $a(n+1)$ et $a(n)$?

b) $b(n+1)$ et $b(n)$?

c) $c(n+1)$ et $c(n)$?

d) $d(n+1)$ et $d(n)$?

e) $e(n+1)$ et $e(n)$?

f) $h(n+1)$ et $h(n)$?

Écrire aussi les égalités trouvées en utilisant la notation indexée.

Exercice 2:

1) Calculer les premiers termes de quelques suites en complétant le tableau ci-dessous:

rang du terme → formules ↓	1er terme	2ème terme	3ème terme	4ème terme	5ème terme	6ème terme	7ème terme	8ème terme	9ème terme	10ème terme
$a(n+1)=a(n)+1$	0									
$b_{n+1}=b_n+2$	0									
$c(n)=c(n-1)+2$	1									
$d_{n+1}=d_n-5$	3									
$e(n+1)=2\,e(n)$	0									
$f_n=2\,f_{n-1}$	1									
$g_{n+1}=2\,g_n$	5									
$h(n)=5\,h(n-1)$	2									
$i_{n+1}=\frac{i_n}{2}$	1									
$j(n)=-\frac{j(n-1)}{3}$	1									
$k(n+1)=3\,k(n)-2$	1									
$l_n=3\,l_{n-1}-2$	2									
$m_n=\frac{1}{m_{n-1}}$	3									
$p_{n+1}=(p_n)^2$	2									
$q(n+1)=[q(n)]^2$	0,1									
$r_n=\sqrt{r_{n-1}}$	2									
$s(n)=\sqrt{s(n-1)}$	0,5									
$t_{n+1}=\frac{4\,t_n-1}{t_n+1}$	1									

2) Exprimer :

a) $a(n)$ en fonction de n.
b) $b(n)$ en fonction de n.
c) $c(n)$ en fonction de n.
d) $d(n)$ en fonction de n.
e) $f(n)$ en fonction de n.
f) $g(n)$ en fonction de n.
g) $h(n)$ en fonction de n.
h) $i(n)$ en fonction de n.

Écrire aussi les égalités trouvées en utilisant la notation indexée.

Exercices n° 3 et 5 p 150.

Exercice 3:

Calculer les cinq premiers termes des suites suivantes en pensant à explorer et à apprendre à utiliser les fonctions spécifiques de votre calculatrice:

1) Pour tout entier n, $u_n = \dfrac{n-1}{n+1}$.

2) $u_0 = 3$ et pour tout entier n, $u_{n+1} = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 1}$.

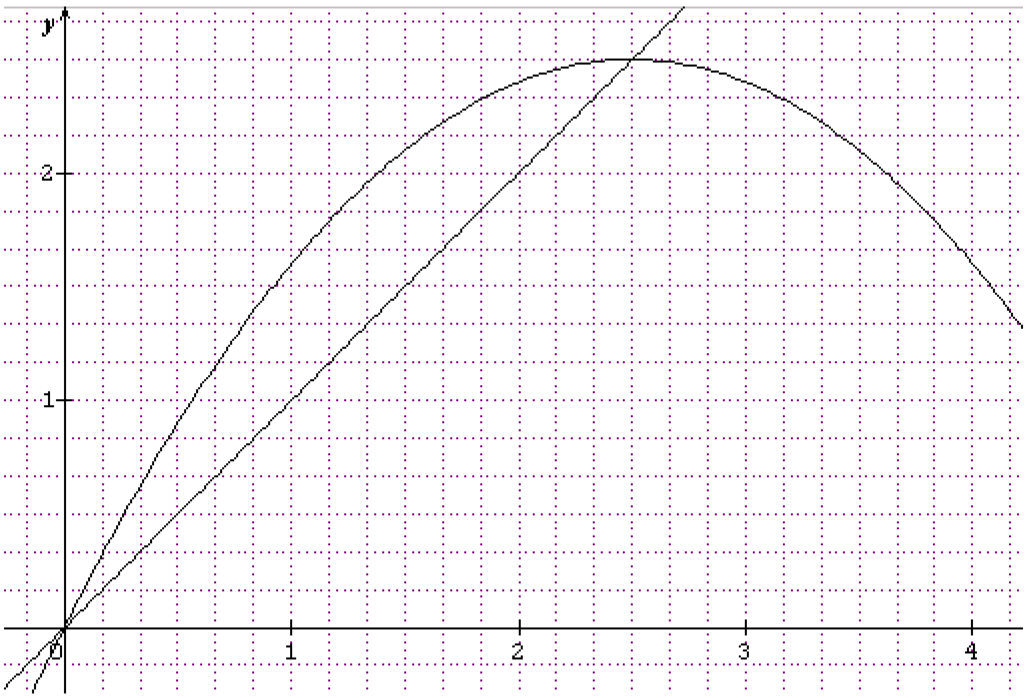
3) $u_0 = -1$ et pour tout entier n, $u_{n+1} = u_n^{\ 2} + u_n + 1$.

4) $u_0 = 1$, $u_1 = 1$ et pour tout entier n, $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$.

Exercice 4:

Sur le graphique ci-dessous sont tracés la courbe représentative d'une fonction f et la droite d'équation $y = x$. On définit la suite (u_n) par son premier terme $u_0 = 1$ et la relation de récurrence: $u_{n+1} = f(u_n)$.

Représenter sur ce graphique les termes u_1, u_2, u_3 et u_4 de la suite (u_n).



Exercices du livre:

n° 9 a et b p 150 - n° 10 p 150 - n° 19 p 151 - n° 24 p 151.
n° 30 , 31 b et c , 32 , 34 et 36 p 152.

Exercice 5:

Parmi les suites des exercices 1 et 2 précédents, chercher si l'on a:

1) Des suites croissantes ? Lesquelles ?
2) Des suites décroissantes ? Lesquelles ?
3) Des suites constantes ? Lesquelles ?
4) Des suites minorées ? Lesquelles ?
5) Des suites majorées ? Lesquelles ?
6) Des suites bornées ? Lesquelles ?
7) Des suites périodiques ? Lesquelles ?

Exercice 6:

Prouver que la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par $u_n = \dfrac{(-1)^n}{n}$ est bornée.

Exercice 7:

La suite (u_n) est définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_0 = 2$ et la formule de récurrence : $u_{n+1} = \dfrac{u_n + 1}{u_n - 1}$.

1) Calculer u_1 , u_2 , u_3 et u_4 .
2) Quelle conjecture ces calculs vous suggèrent-ils ? Démontrer votre conjecture.

Exercice 8:

Parmi les suites des exercices 1 et 2 précédents, chercher si l'on a:

1) Des suites arithmétiques ? Lesquelles ? Pourquoi ? Quelle est la raison de ces suites ?
2) Des suites géométriques ? Lesquelles ? Pourquoi ? Quelle est la raison de ces suites ?

Exercices du livre:

n° 3 p 137 - n° 39 , 40 et 41 p 152 - n° 51 , 53 , 53 , 54 , 55 et 56 p 153 - n° 69 p 154.
n° 4-1 p 137 - n° 71 , 72 , 73 , 79 , 80 , 81 , 82 , 83 et 84 p 154 - n° 86 et 97 p 155.

Exercice 9:

La suite (u_n) est définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_0 = 0$ et la formule de récurrence : $u_{n+1} = \dfrac{1}{3} u_n - 2$.

1) Calculer u_1 , u_2 , u_3 et u_4 .En déduire que cette suite n'est ni arithmétique, ni géométrique.

2) Soit (v_n), la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $v_n = u_n + 3$.

Prouver que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison q et le premier terme v_0 .

3) Exprimer v_n en fonction de n. En déduire la formule donnant u_n en fonction de n.

4) Déterminer les entiers n pour lesquels la distance de u_n à (-3) soit inférieure à 10^{-6}

5) En utilisant la méthode « toile d'araignée », tracer sur le graphique ci-dessous les termes de la suite (u_n): u_0 , u_1 , u_2 , u_3 et u_4 et confirmer ce qui a été obtenu par les calculs.