<u>Approximations – Arrondis - encadrements</u>

Rappels et compléments :
Dans les définitions ci-dessous, x et a sont deux réels et n un entier naturel: $x \in \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}$.
L'utilisation des calculatrices permet d'obtenir des approximations décimales. Dans la pratique, le nombre réel a est presque toujours un nombre décimal.

- Dire que a est une approximation (ou valeur approchée) du réel x à 10^{-n} près signifie que la distance de x à a est inférieure ou égale à 10^{-n}. C'est à dire:
  $-10^{-n} \leqslant x-a \leqslant 10^{-n}$ $a-10^{-n} \leqslant x \leqslant a+10^{-n}$ $x \in \left[a-10^{-n} \,;\, a+10^{-n}\right]$

  Exemples:

  Pour $n=2$, dire que 1,53 est une approximation du réel x à un centième près signifie que la distance de x à 1,53 est inférieure ou égale à $0{,}01=10^{-2}$. On a donc:
  $-0{,}01 \leqslant x-1{,}53 \leqslant 0{,}01$ $1{,}52 \leqslant x \leqslant 1{,}54$ $x \in [1{,}52 \,;\, 1{,}54]$

  Pour $n=1$, dire que 1,1 est une approximation du réel x à un dixième près signifie que la distance de x à 1,1 est inférieure ou égale à $0{,}1=10^{-1}$. On a donc:
  $-0{,}1 \leqslant x-1{,}1 \leqslant 0{,}1$ $1 \leqslant x \leqslant 1{,}2$ $x \in [1 \,;\, 1{,}2]$

  Pour $n=0$, dire que 7 est une approximation du réel x à une unité près signifie que la distance de x à 7 est inférieure ou égale à $1=10^{0}$. On a donc:
  $-1 \leqslant x-7 \leqslant 1$ $6 \leqslant x \leqslant 8$ $x \in [6 \,;\, 8]$

- Dire que a est une approximation du réel x à 10^{-n} près par défaut signifie que la distance de x à a est inférieure ou égale à 10^{-n} et que: $a \leqslant x$. C'est à dire:
  $0 \leqslant x-a \leqslant 10^{-n}$ $a \leqslant x \leqslant a+10^{-n}$ $x \in \left[a \,;\, a+10^{-n}\right]$

  Exemples:

  Pour $n=2$, dire que 1,53 est une approximation du réel x à un centième près par défaut signifie que:
  $0 \leqslant x-1{,}53 \leqslant 0{,}01$ $1{,}53 \leqslant x \leqslant 1{,}54$ $x \in [1{,}53 \,;\, 1{,}54]$

  Pour $n=1$, dire que 1,1 est une approximation du réel x à un dixième près par défaut signifie que:
  $0 \leqslant x-1{,}1 \leqslant 0{,}1$ $1{,}1 \leqslant x \leqslant 1{,}2$ $x \in [1{,}1 \,;\, 1{,}2]$

  Pour $n=0$, dire que 7 est une approximation du réel x à une unité près par défaut signifie que:
  $0 \leqslant x-7 \leqslant 1$ $7 \leqslant x \leqslant 8$ $x \in [7 \,;\, 8]$

- Dire que a est une approximation du réel x à 10^{-n} près par excès signifie que la distance de x à a est inférieure ou égale à 10^{-n} et que: $a \geqslant x$. C'est à dire:
  $-10^{-n} \leqslant x-a \leqslant 0$ $a-10^{-n} \leqslant x \leqslant 0$ $x \in \left[a-10^{-n} \,;\, a\right]$

  Exemples:

  Pour $n=2$, dire que 1,53 est une approximation du réel x à un centième près par excès signifie que:
  $-0{,}01 \leqslant x-1{,}53 \leqslant 0$ $1{,}52 \leqslant x \leqslant 1{,}53$ $x \in [1{,}52 \,;\, 1{,}53]$

  Pour $n=1$, dire que 1,1 est une approximation du réel x à un dixième près par excès signifie que:
  $-0{,}1 \leqslant x-1{,}1 \leqslant 0$ $1 \leqslant x \leqslant 1{,}1$ $x \in [1 \,;\, 1{,}1]$

  Pour $n=0$, dire que 7 est une approximation du réel x à une unité près par excès signifie que:
  $-1 \leqslant x-7 \leqslant 0$ $6 \leqslant x \leqslant 7$ $x \in [6 \,;\, 7]$

- Dire que a est un arrondi du réel x à 10^{-n} près signifie que la distance de x à a est inférieure ou égale à $\dfrac{10^{-n}}{2}$ et que $x \neq a+\dfrac{10^{-n}}{2}$. C'est à dire:
$\dfrac{-10^{-n}}{2} \leqslant x-a < \dfrac{10^{-n}}{2}$ $\qquad$ $a-\dfrac{10^{-n}}{2} \leqslant x < a+\dfrac{10^{-n}}{2}$ $\qquad$ $x \in \left[a-\dfrac{10^{-n}}{2}\ ;\ a+\dfrac{10^{-n}}{2}\right[$

Exemples:

Pour $n=2$, dire que 1,53 est un arrondi du réel x à un centième près signifie que la distance de x à 1,53 est inférieure ou égale à $\dfrac{0{,}01}{2}=0{,}005$ avec $x \neq 1{,}53+0{,}005$. On a donc:
$-0{,}005 \leqslant x-1{,}53 < 0{,}005$ $\qquad$ $1{,}525 \leqslant x < 1{,}535$ $\qquad$ $x \in [1{,}525\ ;\ 1{,}535[$

Pour $n=1$, dire que 1,1 est un arrondi du réel x à un dixième près signifie que la distance de x à 1,1 est inférieure ou égale à 0,05 avec $x \neq 1{,}15$. On a donc:
$-0{,}05 \leqslant x-1{,}1 < 0{,}05$ $\qquad$ $1{,}05 \leqslant x < 1{,}15$ $\qquad$ $x \in [1{,}05\ ;\ 1{,}15[$

Pour $n=0$, dire que 7 est un arrondi du réel x à une unité près signifie que la distance de x à 7 est inférieure ou égale à 0,5 avec $x \neq 7{,}5$. On a donc:
$-0{,}5 \leqslant x-7 < 0{,}5$ $\qquad$ $6{,}5 \leqslant x < 7{,}5$ $\qquad$ $x \in [6{,}5\ ;\ 7{,}5[$

Compléter :

- 1,35 est une approximation du réel x à un centième près.
.... $\leqslant x -$ ....$\leqslant$ .... $\qquad$ .... $\leqslant x \leqslant$ .... $\qquad$ $x \in$ [......... ; ....]
- 1,35 est une approximation du réel x à 0,01 près par défaut.
.... $\leqslant x -$ ....$\leqslant$ .... $\qquad$ .... $\leqslant x \leqslant$ .... $\qquad$ $x \in$ [......... ; ....]
- 1,35 est une approximation du réel x à 0,01 près par excès.
.... $\leqslant x -$ ....$\leqslant$ .... $\qquad$ .... $\leqslant x \leqslant$ .... $\qquad$ $x \in$ [......... ; ....]
- 1,35 est un arrondi du réel x à 0,01 près.
.... $\leqslant x -$ .... $<$ .... $\qquad$ .... $\leqslant x <$ .... $\qquad$ $x \in$ [........... ; ....[
- -3 est une approximation du réel x à une unité près.
.... $\leqslant x$ .... $\leqslant$ .... $\qquad$ .... $\leqslant x \leqslant$ .... $\qquad$ $x \in$ [...... ; ......]
- -3 est une approximation du réel x à une unité près par défaut.
.... $\leqslant x$ .... $\leqslant$ .... $\qquad$ .... $\leqslant x \leqslant$ .... $\qquad$ $x \in$ [.... ; ....]
- -3 est une approximation du réel x à une unité près par excès.
.... $\leqslant x$ .... $\leqslant$ .... $\qquad$ .... $\leqslant x \leqslant$ .... $\qquad$ $x \in$ [.... ; ....]
- -3 est un arrondi du réel x à une unité près.
.... $\leqslant x$ .... $<$ .... $\qquad$ .... $\leqslant x <$ .... $\qquad$ $x \in$ [......... ; ....[
- 1,357 est une approximation du réel x à un millième près.
.... $\leqslant x -$ ....$\leqslant$ .... $\qquad$ .... $\leqslant x \leqslant$ .... $\qquad$ $x \in$ [........... ; ....[
- 1,357 est une approximation du réel x à 0,001 près par défaut.
.... $\leqslant x -$ ....$\leqslant$ .... $\qquad$ .... $\leqslant x \leqslant$ .... $\qquad$ $x \in$ [........... ; ....[
- 1,357 est une approximation du réel x à 0,001 près par excès.
.... $\leqslant x -$ ....$\leqslant$ .... $\qquad$ .... $\leqslant x \leqslant$ .... $\qquad$ $x \in$ [........... ; ....[
- 1,357 est un arrondi du réel x à 0,001 près.
.... $\leqslant x -$ .... $<$ .... $\qquad$ .... $\leqslant x <$ .... $\qquad$ $x \in$ [........... ; ....[
- 1,35469 est une approximation du réel x à un 10^{-5} près.

- 1,35469 est un arrondi du réel x à 10^{-5} près.