# Égalités et inégalités

## Égalités

**Définition:**

Une égalité est une phrase mathématique dont le verbe est : $=$ .

On a: *1er membre* $=$ *2ème membre*

Le premier membre et le deuxième membre sont deux écritures (différentes) d'un même nombre.

**Typologie:**

• *Egalités ne comportant que des signes opératoires et numériques (pas de lettre)*

On a deux cas possibles:

- Égalités vraies: $3 + 5 = 8$
- Égalités fausses: $1 = 2 - 3$

• *Égalités comportant des lettres pour désigner des nombres non précisés*:

On peut en distinguer trois sortes:

- Égalités de définition de fonctions:

$f(x) = 3x + 1$ où x appartient à l'ensemble de définition de la fonction f. x est une ***variable***.

$f(x) = ax + b$ où x est toujours la variable, mais ici a et b sont supposés connus, bien que non précisés, ils jouent le rôle de *paramètres*.

- Égalités traduisant une propriété:

$a + b = b + a$

égalité vraie quels que soient les réels a et b

$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$ : égalité vraie pour tout $a \in \mathbb{R}^+$

$\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$ : égalité vraie pour tout $a \in \mathbb{R}$ et tout $b \in \mathbb{R}^*$

Ces égalités toujours vraies sont souvent appelées des *identités* et les lettres des paramètres.

- Égalités traduisant un problème posé:

Ces égalités comportent une ou plusieurs lettres appelées **inconnues**. Elles peuvent être vraies ou fausses, cela dépend des valeurs attribuées à chaque lettre.

Ce genre d'égalité est appelé: **équation**.

Par exemple, l'égalité $x - 1 = 4$ est vraie pour $x = 5$ mais fausse pour $x = 4$.

Le problème posé est donc de déterminer les valeurs des inconnues qui rendent l'égalité vraie.

Chercher les solutions de ce problème s'appelle:

**Résoudre l'équation.**

Les nombres qui sont solutions du problème s'appellent: **les solutions de l'équation**.

## Inégalités

**Définition:**

Une inégalité est une phrase mathématique dont le verbe est : $<$ , $>$ , $\leqslant$ ou $\geqslant$ .

On a: *1er membre* $<$ *2ème membre*

(même vocabulaire pour les trois autres signes)

Le premier membre et le deuxième membre sont ainsi ordonnés.

**Typologie:**

• *Inégalités ne comportant que des signes opératoires et numériques (pas de lettre)*

On a deux cas possibles:

- Inégalités vraies: $3 + 5 > 6$
  $3 + 5 \geqslant 8$
- Inégalités fausses: $1 \leqslant 2 - 3$

• *Inégalités comportant des lettres pour désigner des nombres non précisés*:

On peut en distinguer deux sortes:

- Inégalités traduisant une propriété:

$|a+b| \leq |a| + |b|$

inégalité vraie quels que soient les réels a et b.

$a + b \geqslant a$

inégalité vraie pour tout $a \in \mathbb{R}$ et tout $b \in \mathbb{R}^+$

Ici, les lettres jouent le rôle de paramètres.

- Inégalités traduisant un problème posé:

Ces inégalités comportent une ou plusieurs lettres appelées **inconnues**. Elles peuvent être vraies ou fausses, cela dépend des valeurs attribuées à chaque lettre.

Ce genre d'inégalité est appelé: **inéquation**.

Par exemple, l'inégalité $x - 1 < 4$ est vraie pour $x = 2$ mais fausse pour $x = 5$.

Le problème posé est donc de déterminer les valeurs des inconnues qui rendent l'inégalité vraie.

Chercher les solutions de ce problème s'appelle:

**Résoudre l'inéquation.**

Les nombres qui sont solutions du problème s'appellent: **les solutions de l'inéquation**.