2^{de} 1 Devoir de contrôle n°9

Lundi 21 Mai 2007

I) Trois bananes et quatre pommes coûtent 2,20€. Cinq bananes et deux pommes coûtent 2,50€.
Combien coûtent sept bananes et trois pommes ?
Le raisonnement et les calculs donnant la réponse doivent être détaillés.

II)

1) Résoudre le système $\begin{cases} 4x-2y=3 \\ 3x+5y=7 \end{cases}$ à deux inconnues (x ; y).

2) $\begin{cases} 4x-2y=3 \\ ax+by=c \end{cases}$ est un système (**S**) à deux inconnues (x ; y)

a , b et c sont des nombres entiers non nuls tels que: $a \neq 4$, $b \neq -2$ et $c \neq 3$.

Proposer des valeurs pour *a, b* et *c* de façon que:

a) (**S**) possède une solution unique.
b) (**S**) ne possède pas de solution.
c) (**S**) possède une infinité de solutions.

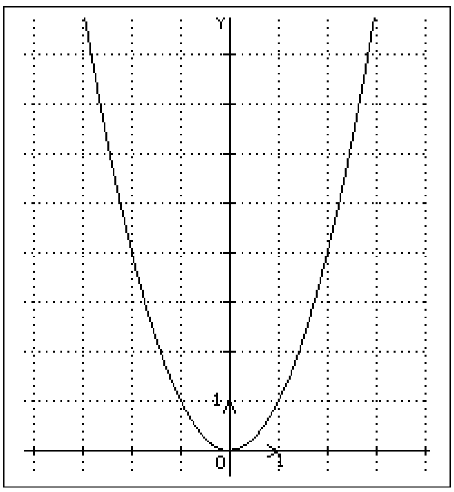
Dans chaque cas, expliquer pourquoi votre réponse convient bien.

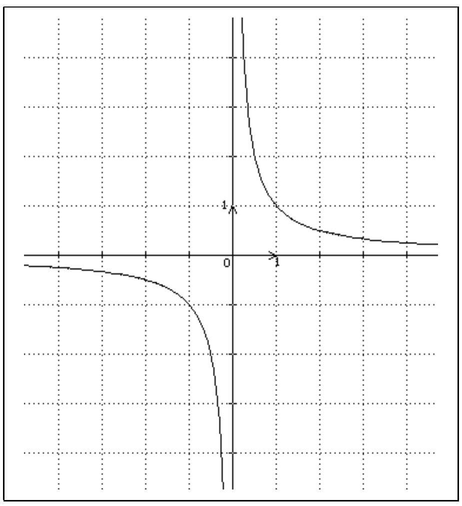
III)

1) A quel intervalle ou réunion d'intervalles appartient le nombre réel x^2 lorsque $x \in [-2;1]$?

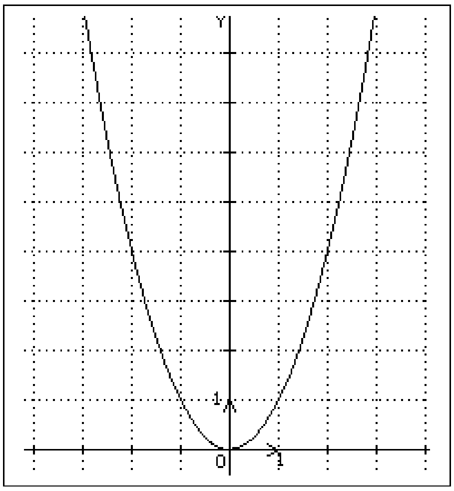
2) A quel intervalle ou réunion d'intervalles appartient le nombre réel $\frac{1}{x}$ lorsque $x \in [-2;0[\cup]0;3]$?

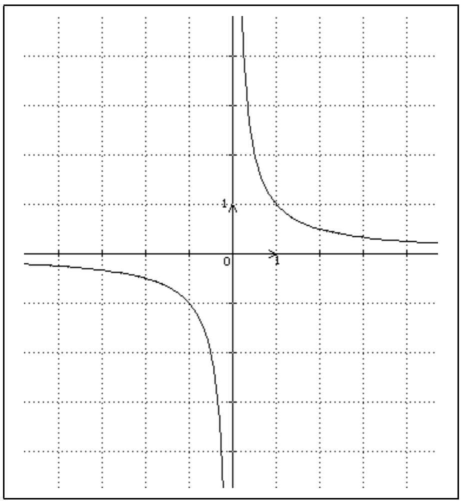
Une simple résolution graphique est accepté. Pour cela, vous pouvez utiliser les graphiques ci-dessous avec les méthodes et représentations vues en classe. :





IV) Les graphiques de la fonction x $\mapsto$ x^2 et de la fonction x $\mapsto \dfrac{1}{x}$ sont donnés ci-dessous:





Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes:

A) $2 < x^2 \leqslant 7$ B) $-\dfrac{1}{2} < \dfrac{1}{x} \leqslant 2$

en utilisant les **deux procédés** suivants:

1) Par lecture graphique en marquant en couleur les parties utiles concernées sur l'axe des ordonnées, la courbe et l'axe des abscisses.

2) Par un raisonnement utilisant les sens de variation de ces fonctions.

V) Compléter les tableaux de variation ci-dessous :

x	$-\infty$ $+\infty$
$2x+1$	

x	$-\infty$ $+\infty$
$-x+2$	

x	$-\infty$ $+\infty$
x^2	

x	$-\infty$ $+\infty$
$\dfrac{1}{x}$	

VI) Dans un repère, on a les points : A (0 ; 1) B(2 ; 5) C(0 ; 3) et D(3 ; 2).
Prouver que les droites (AB) et (CD) sont sécantes en un point E dont on déterminera les coordonnées.

VII) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4 - 3(x - 1)^2$.

1) Démontrer que si $a < b \leqslant 1$ alors : $f(a) < f(b)$.

2) Démontrer que si $1 \leqslant a < b$ alors $f(a) > f(b)$.

3) Déduire des questions précédentes le sens de variation de f.

4) Réaliser le tableau des variations de f.