

2^{de}4 Devoir de contrôle n°2

Lundi 22 Octobre 2007

NB: Dans les exercices comportant des calculs, ceux-ci sont à détailler suffisamment pour que le correcteur puisse suivre facilement le raisonnement fait.

La calculatrice est autorisée.

I) Mettre le nombre suivant sous la forme \sqrt{a} où $a \in \mathbb{N}$:

$$A = \sqrt{8} + \sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{32}$$

II) Écrire le nombre suivant sous la forme $a\sqrt{2}$ où $a \in \mathbb{N}$:

$$A = (2\sqrt{2})^5$$

III) Mettre les réels suivants sous la forme $a + b\sqrt{2}$ où $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{Z}$.

$$A = (4 - 3\sqrt{2})^2$$

$$B = (5 - 3\sqrt{2})(4\sqrt{2} - 2)$$

$$C = \frac{2 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$D = \frac{1 + \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}}$$

$$E = \sqrt{(1 - \sqrt{2})^2}$$

$$F = (\sqrt{2 - \sqrt{2}} - \sqrt{2 + \sqrt{2}})^2$$

IV) Écrire les nombres suivants sous la forme d'une puissance de 2 :

$$A = 2 \times 2^{10} \times 2^{100} \times 2^{1000}$$

$$B = (\sqrt{2})^{1000}$$

$$C = \frac{6^{1000}}{3^{1000}}$$

$$D = \frac{12^{100} \times (10^{100})^3 \times 35^2 \times 7^3}{30^{50} \times 21^5 \times (15^9)^5 \times 5^{207}}$$

V) Déterminer le PGCD et le PPCM des entier A et B . On n'effectuera pas les calculs, mais on écrira PGCD et PPCM sous la forme d'un produit de puissances de facteurs premiers.

$$A = 2 \times 3^{10} \times 5^7 \times 11^6 \times 13^5$$

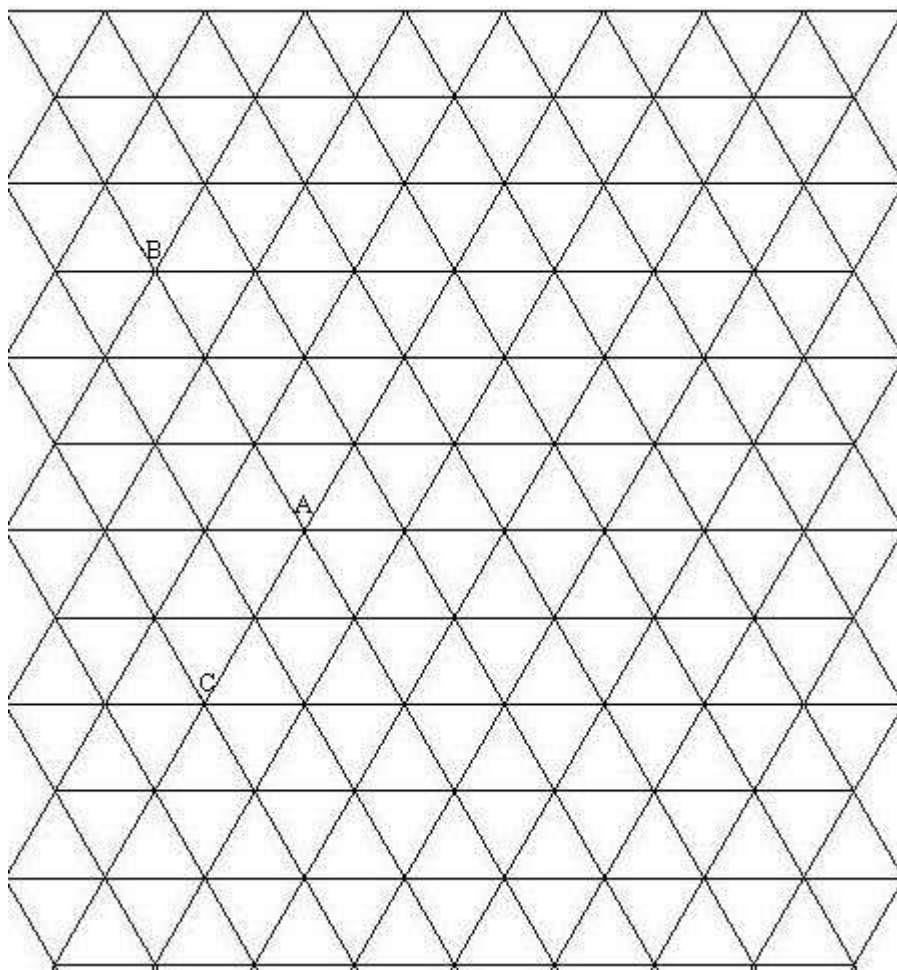
$$B = 2^3 \times 3^6 \times 5^7 \times 7 \times 13^8$$

VI) x et y sont deux entiers naturels premiers entre eux (ou étrangers).
Déterminer le PGCD et le PPCM de x et de y .

VII) A , B , C et D sont quatre points quelconques du plan.

Démontrer l'égalité: $\vec{AB} - \vec{BD} + \vec{CA} + \vec{CD} = 2\vec{CB}$

VIII) Compléter le dessin ci-dessous, en plaçant les points D, E, F, G, H, I et J tels que:



$$\vec{AD} = \vec{BC}$$

$$\vec{AE} = \vec{BA}$$

$$\vec{BF} = -\frac{5}{3}\vec{AB}$$

$$\vec{AG} = \vec{AB} + \vec{AC}$$

$$\vec{BH} = \vec{CA} - \vec{AB}$$

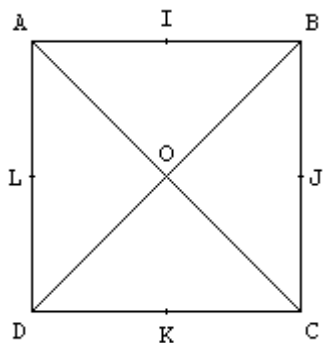
$$\vec{IC} = \vec{BC} + \vec{AC}$$

$$\vec{CJ} = \frac{2}{3}\vec{AB} + 2\vec{CA}$$

IX) $ABCD$ est un carré. Ses diagonales $[AC]$ et $[BD]$ sont sécantes en O .

I est le milieu de $[AB]$. J est le milieu de $[BC]$. K est le milieu de $[CD]$. L est le milieu de $[DA]$.

Compléter les égalités de vecteurs :



$$\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{O} \dots$$

$$\vec{AB} + \vec{AL} = \vec{L} \dots$$

$$\vec{OI} + \vec{OJ} = \dots \vec{J}$$

$$\vec{OA} + \vec{KJ} + \vec{ID} = \vec{B} \dots$$

$$\vec{DK} + \vec{CO} + \vec{JO} = \dots \vec{I}$$