<u>Sens de variation d'une fonction</u>

Il est impératif que la fonction *f* soit définie sur un *<u>intervalle</u>* *I* de $\mathbb{R}$ (qui peut bien sûr être $\mathbb{R}$ en entier).

• *f* est croissante sur l'intervalle *I* signifie:
Pour tout $a \in I$ et $b \in I$ tels que $a \leqslant b$, alors on a : $f(a) \leqslant f(b)$.
C'est à dire que les images de deux réels quelconques sont rangées dans le même ordre que ces deux réels.

• *f* est strictement croissante sur l'intervalle *I* signifie:
Pour tout $a \in I$ et $b \in I$ tels que $a < b$, alors on a : $f(a) < f(b)$.

• *f* est décroissante sur l'intervalle *I* signifie:
Pour tout $a \in I$ et $b \in I$ tels que $a \leqslant b$, alors on a : $f(a) \geqslant f(b)$.
C'est à dire que les images de deux réels quelconques sont rangées dans l'ordre inverse de ces deux réels.

• *f* est strictement décroissante sur l'intervalle *I* signifie:
Pour tout $a \in I$ et $b \in I$ tels que $a < b$, alors on a : $f(a) > f(b)$.

• *f* est constante sur l'intervalle *I* signifie:
Pour tout $a \in I$ et $b \in I$, on a : $f(a) = f(b)$

• Une fonction est appelée *monotone sur un intervalle I*, lorsqu'elle est croissante sur I ou bien décroissante sur I.

Par exemple, la fonction carré n'est pas monotone sur $\mathbb{R}$ car elle est croissante sur $[0\,;+\infty[$, mais elle est décroissante sur $]-\infty\,;0]$. Elle est donc monotone sur $[0\,;+\infty[$ et sur $]-\infty\,;0]$, mais pas sur la réunion de ces deux intervalles.

Étudier les variations d'une fonction, c'est déterminer les intervalles de monotonie, c'est à dire les intervalles sur lesquels la fonction est monotone. Les conclusions de cette enquête sont résumées dans le tableau des variations de la fonction.

<u>Exemple</u> : Tableau des variations de la fonction *f* définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
Variations de *f*		$\searrow$	0	$\nearrow$	

<u>Extremum : Maximum - Minimum</u>

Si *f* est une fonction définie sur un intervalle *I*:

• S'il existe $a \in I$ tel que, pour tout $x \in I$, on ait: $f(x) \leqslant f(a)$, on dit que *f(a)* est le maximum de *f* sur *I* ou que *f* admet un maximum sur *I* en $x = a$.

• S'il existe $a \in I$ tel que, pour tout $x \in I$, on ait: $f(x) \geqslant f(a)$, on dit que *f(a)* est le minimum de *f* sur *I* ou que *f* admet un minimum sur *I* en $x = a$.

<u>Exemples</u> :
La fonction *f* définie sur $[0\,;1]$ par $f(x) = 3 - x$
Sur $[0\,;1]$ *f* a pour minimum : $f(1) = 2$ et pour maximum : $f(0) = 3$.
En effet pour tout $x \in [0\,;1]$, on a : $2 \leqslant f(x) \leqslant 3$.

La fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^2$ a pour minimum $g(0) = 0$ car pour tout $\in \mathbb{R}$, on a: $g(x) \geqslant 0$, mais n’a pas de maximum sur $\mathbb{R}$.