Fonctions affines
(rappels de 3ème et compléments)

Définition

Une fonction affine *f* est définie par :
$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$
$x \mapsto y = f(x) = mx + p$ où *m* et *p* sont des réels donnés.

Représentation graphique

Dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, la représentation graphique d'une fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = mx + p$ est la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = mx + p$. *(Voir cours sur les équations de droites)*

Propriété caractéristique des fonctions affines *(preuve donnée en classe)*

• Si *f* est une fonction affine, alors :
quels que soient les réels *a* et *b*, *le taux de variation entre a et b* $\dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$ est constant.

Plus précisément, si $f(x) = mx + p$, alors, quels que soient les réels *a* et *b* : $\dfrac{f(b) - f(a)}{b - a} = m$.
Ce nombre *m* constant est le coefficient directeur de la droite $\mathcal{D}$ représentative de la fonction *f*.

Réciproquement :
• Si f est une fonction telle que pour tout $a \in \mathbb{R}$ et tout $b \in \mathbb{R}$, $\dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$ est constant, alors, *f* est une fonction affine.

Plus précisément, s'il existe un réel *m* tel que, quels que soient les réels *a* et *b*, $\dfrac{f(b) - f(a)}{b - a} = m$ et si $f(0) = p$, alors *f* est affine et pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = mx + p$.

Les deux propriétés ci-dessus peuvent être énoncées en une seule :

> *f* est une fonction affine si et seulement si, quels que soient les réels *a* et *b*, $\dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$ est constant.

Fonctions affines particulières:

• Si $p = 0$, la fonction $f : x \mapsto f(x) = mx$ est *linéaire*.
Dans ce cas *f(x)* est proportionnel *x* (*m* est le coefficient de proportionnalité).
Les graphiques des fonctions linéaires sont des droites qui passent par l'origine du repère . Elles ont pour équation: $y = mx$.

• Si $m = 0$, la fonction $f : x \mapsto f(x) = p$ est *constante* .
Les graphiques des fonctions constantes sont des droites parallèles à l'axe des abscisses . Elles ont pour équation: $y = p$.

Sens de variation des fonction affines *(preuve donnée en classe)*

$x \mapsto f(x) = mx + p$ est une fonction affine de coefficient directeur *m*.

- Si $m > 0$, la fonction *f* est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
- Si $m < 0$, la fonction *f* est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.
- Si $m = 0$, la fonction *f* est constante sur $\mathbb{R}$.