

Vecteurs colinéaires

Exercice 1

ABC est un triangle. Les points I, J et K sont définis par les égalités :

$$\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{BJ} = \frac{3}{4} \cdot \overrightarrow{BC}$$

$$\overrightarrow{CK} = 2 \cdot \overrightarrow{AC}$$

- 1) Réaliser le dessin.
- 2) En utilisant l'égalité de Chasles et les égalités ci-dessus, déterminer les réels a, b, c et d tels que :

$$\overrightarrow{IJ} = a \cdot \overrightarrow{AB} + b \cdot \overrightarrow{AC}$$

et

$$\overrightarrow{IK} = c \cdot \overrightarrow{AB} + d \cdot \overrightarrow{AC}.$$

- 3) Comment sont les vecteurs \overrightarrow{IJ} et \overrightarrow{IK} ? La réponse doit être justifiée.
Que peut-on en déduire pour les points I, J et K ?

Exercice 2

ABC est un triangle. K est le milieu de [BC].

Les points I et J sont définis par : $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{4} \cdot \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AJ} = \frac{3}{4} \cdot \overrightarrow{AC}$.

Les droites (AB) et (JK) sont sécantes en D. Les droites (AC) et (IK) sont sécantes en E.

- 1) Faire un dessin en prenant AB = 6 cm, AC = 4 cm et BC = 5 cm.
- 2) Prouver que $\overrightarrow{JK} = \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{AB} - \frac{1}{4} \cdot \overrightarrow{AC}$.
- 3) Expliquer pourquoi il existe deux réels x et y tels que $\overrightarrow{AD} = x \cdot \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{JD} = y \cdot \overrightarrow{JK}$.
- 4) En écrivant que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{JD}$, déduire que : $\overrightarrow{AD} = \frac{y}{2} \cdot \overrightarrow{AB} + \frac{3-y}{4} \cdot \overrightarrow{AC}$.

Conclure que, nécessairement : $y = 3$ et $x = \frac{3}{2}$.

- 5) La question 4) prouve que $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{2} \cdot \overrightarrow{AB}$.

On admettra que l'on prouverait de même que : $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2} \cdot \overrightarrow{AC}$.

Prouver que les vecteurs \overrightarrow{DE} et \overrightarrow{BC} sont colinéaires. Que peut-on en déduire ?