$2^{de}2$ Devoir de contrôle n°5

mercredi 21 janvier 2009.

Exercice 1

Les vecteurs ci-dessous sont définis par leurs coordonnées dans la base orthonormale $(\vec{i}\ ;\ \vec{j})$

$\vec{U}\begin{pmatrix}-10\\15\end{pmatrix}$ $\vec{V}\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$ $\vec{W}\begin{pmatrix}14\\21\end{pmatrix}$ $\vec{X}\begin{pmatrix}1+\sqrt{8}\\-\frac{3}{2}-3\sqrt{2}\end{pmatrix}$

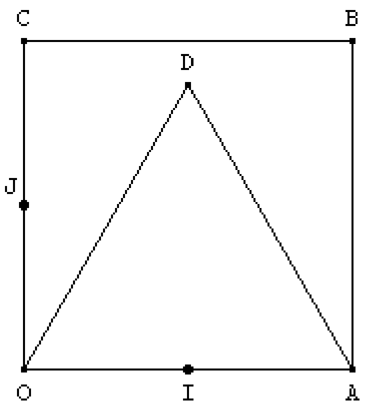
1) Les vecteurs $\vec{U}$ et $\vec{V}$ sont-ils colinéaires ? Justifiez votre réponse.
2) Les vecteurs $\vec{U}$ et $\vec{W}$ sont-ils colinéaires ? Justifiez votre réponse.
3) Les vecteurs $\vec{U}$ et $\vec{X}$ sont-ils colinéaires ? Justifiez votre réponse.
4) Calculer la norme du vecteur $\vec{V}$.
5) Calculer les coordonnées du vecteur $\frac{1}{5}\vec{U}-2\vec{V}$ dans la base $(\vec{i}\ ;\ \vec{j})$.

Exercice 2

Dans le repère $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j})$ du plan, on donne les points: $A(-3\ ;-1)$, $B(7\ ;-6)$, $C(5\ ;5)$ et $D(-5\ ;10)$

1) Faire un dessin que vous compléterez au cours des différentes questions.
2) Prouver que $ABCD$ est un losange.
3) I est le point d'intersection des diagonales de $ABCD$. Calculer les coordonnées de I.
4) Soit $E\left(\frac{13}{4}\ ;-1\right)$. Démontrer que E est le centre du cercle $\mathscr{C}$ circonscrit au triangle ABC.
5) Le cercle $\mathscr{C}$ recoupe la diagonale $[BD]$ du losange $ABCD$ en un point F.
   Calculer les coordonnées de F.
6) G est le point d'intersection de la droite (BC) avec l'axe des abscisses.
   Calculer l'abscisse x_G de ce point G.

Exercice 3



$OABC$ est un carré et OAD un triangle équilatéral.
I est le milieu de $[OA]$ et J est le milieu de $[OC]$.

1) Pourquoi $(O\ ;\ \vec{OI}\ ;\ \vec{OJ})$ est-il un repère orthonormal du plan ?
2) Sans justification, donner les coordonnées des points O, A, B, C, I et J dans le repère $(O\ ;\ \vec{OI}\ ;\ \vec{OJ})$.
3) Démontrer que $D(1\ ;\ \sqrt{3})$.

Exercice 4

Dans un repère orthonormal $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j})$ du plan, on donne les points: $A(0\ ;4)$, $B(5\ ;1)$ et $C(3\ ;a)$ où a est un réel.

1) Déterminer le réel a tel que ABC soit un triangle isocèle en A.
2) Déterminer le réel a tel que ABC soit un triangle rectangle en A.
3) Lorsque $a=9$, que pouvez-vous dire du triangle ABC ?

Exercice 5

ABC est un triangle équilatéral. I est le milieu de $[BC]$ et G le centre de gravité de ABC.

1) Sans justification, donner les coordonnées de A, B et C dans le repère $(A\ ;\ \vec{AB}\ ;\ \vec{AC})$.
2) En expliquant votre démarche, déterminer les coordonnées de I et de G dans le repère $(A\ ;\ \vec{AB}\ ;\ \vec{AC})$.