

1^{ère} S4 Devoir à la maison n°10

Pour mardi 28 avril 2009.

$(O; \vec{i}; \vec{j})$ est un repère orthonormal et \mathcal{P} la parabole d'équation $y = x^2$.

t étant un nombre réel non nul quelconque, on appelle M le point de \mathcal{P} d'abscisse t , A le projeté orthogonal de M sur l'axe des abscisses et B le projeté orthogonal de M sur l'axe des ordonnées.

La tangente \mathcal{T} en M à \mathcal{P} coupe l'axe des abscisses en C et l'axe des ordonnées en D .

La droite perpendiculaire à \mathcal{T} en M coupe l'axe des ordonnées en E .

1) Réaliser un dessin en prenant 2cm pour unité sur chaque axe, avec le cas particulier $t = 2$.

NB: Tous les calculs du problème sont à faire dans le cas général, et non avec les données particulières du dessin précédent !

2) Montrer que C est le milieu de $[OA]$.

3) Montrer que O est le milieu de $[BD]$.

4) Prouver que la distance EB est indépendante de la position du point M .

5) Soit F le milieu de $[ED]$. Montrer que F est un point fixe (qui ne dépend pas de la position de M).

Vocabulaire: F est le foyer de la parabole \mathcal{P} .

6) Soit G le point symétrique de F par rapport à O . Soit Δ la droite passant par G et parallèle à l'axe des abscisses. Vocabulaire: Δ est la directrice de la parabole \mathcal{P} .

7) La droite Δ coupe (MA) en H . Démontrer que: $MF = MH$.