$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{HB} = \overrightarrow{HA} \cdot \overrightarrow{HB}$ $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{BK} = 0$ $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{JA} = 0$ $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{AH}$

car H est le projeté orthogonal de O sur (HB) et A$\in$(HB)
car (OA) $\perp$ (BK)
car (OB) $\perp$ (JA)
car H est le projeté orthogonal de O sur (AH) et B$\in$(AH)

$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{HK} = \overrightarrow{HA} \cdot \overrightarrow{HB}$ $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{JH} = \overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{AH}$

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{HK} = \overrightarrow{OA} \cdot (\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{BK}) = \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{BK}$$

$$\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{JH} = \overrightarrow{OB} \cdot (\overrightarrow{JA} + \overrightarrow{AH}) = \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{JA} + \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{AH}$$

$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{JH} = 0$ $(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) \cdot (\overrightarrow{JH} + \overrightarrow{HK}) = \overrightarrow{HA} \cdot \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{AH}$ $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{HK} = 0$

car (OA) $\perp$ (JH)
car (OB) $\perp$ (HK)

$$(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) \cdot (\overrightarrow{JH} + \overrightarrow{HK}) = \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{JH} + \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{HK} + \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{JH} + \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{HK}$$

$$(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) \cdot \overrightarrow{JK} = 0$$

$$(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) \cdot \overrightarrow{JK} = (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) \cdot (\overrightarrow{JH} + \overrightarrow{HK}) = \overrightarrow{HA} \cdot \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{HA} \cdot \overrightarrow{HB} - \overrightarrow{HA} \cdot \overrightarrow{HB}$$

$$\overrightarrow{OI} \cdot \overrightarrow{JK} = 0$$

$$\overrightarrow{OI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$$

car I est le milieu de [AB]
OI) $\perp$ (JK) car produit scalaire nul